

Zastosowanie techniki Monte Carlo do inwersji funkcji źródła

Wojciech Dębski

IGF , 2.06.2004

Tomografia źródła - elementy

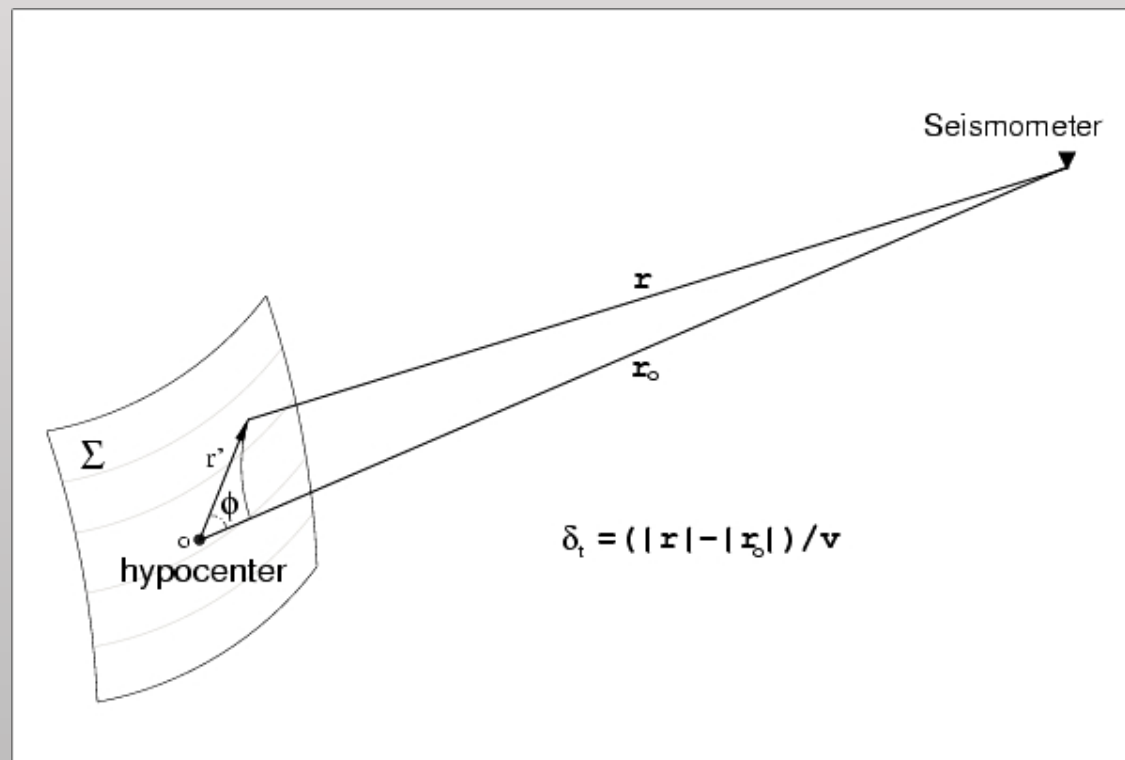
Pole dalekie:

$$u_i^{obs}(t, \mathbf{r}) = \int_{t'} \int_{\Sigma} \mathcal{G}_i(t - t', \mathbf{r}, \mathbf{r}') S(t', \mathbf{r}') d\mathbf{r}' dt'$$

$$u_i^{obs}(t) = \int_{t'} \mathcal{G}_i(t - t') \bar{S}_i(t') dt'$$

Przybliżenie Fraunhofer

$$r_o \gg |\Sigma|/\lambda$$



Tomografia źródła - elementy cd.

Efektywna funkcja źródła

$$\bar{S}_i(t) \approx \int_{\Sigma} S(t + \delta_i(\mathbf{r}'), \mathbf{r}') d\mathbf{r}'$$

Schemat inwersji

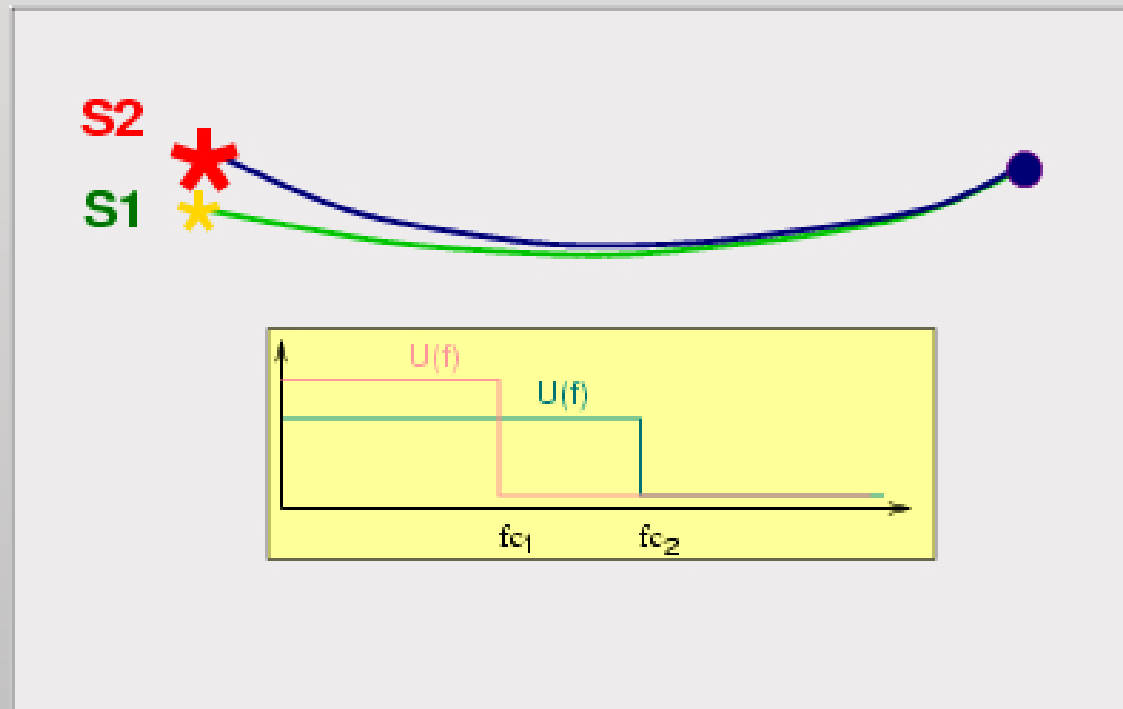
$$u_i^{obs}(t) \Longrightarrow \bar{S}_i(t') \Longrightarrow S(t, \mathbf{r})$$

Efektywna STF

$$u_i^{obs}(t) = \int_{t'} \mathcal{G}_i(t - t') \bar{S}_i(t') dt'$$

-
- Aproksymacja $\mathcal{G}$: np. przez empiryczną funkcję Greena (EGF)
 - dyskretyzacja funkcji źródła $S(t)$ (STF)

Empiryczna funkcja Greena



Dyskretyzacja STF

$$\bar{S}(t) = \sum_i a_i \phi_i(t)$$

$$\phi_i(t) = \begin{cases} \delta(t - t_i) \\ \exp\left(-\frac{1}{2}(t - t_i)^2\right) \\ \sin(\omega_i t) \end{cases}$$

$$\bar{S}(t) \equiv \bar{S}(\mathbf{a}) \leftrightarrow \{a_i\}$$

Inwersja Bayesowska

$$\sigma(\mathbf{a}) = f(\mathbf{a}) L(\mathbf{a}, u)$$

informacje *a priori*

$$f(\mathbf{a}) = \exp \left\{ - \left(\bar{S}^{LB}(\mathbf{a}) - \bar{S}(\mathbf{a}) \right)^2 \right\}$$

funkcja podobieństwa

$$L(\mathbf{a}, u) = \exp \left\{ - \int_t \left(u^{obs}(t) - u_{\mathbf{a}}^{th}(t) \right)^2 \right\}$$

Inwersja Bayesowska - błędy

$$\bar{S}^{avr} = \int \bar{S}(\mathbf{a}) \sigma(\mathbf{a}) d\mathbf{a}$$

błędy:

$$\bar{S}^{true} = \bar{S}^{avr} \pm \epsilon$$

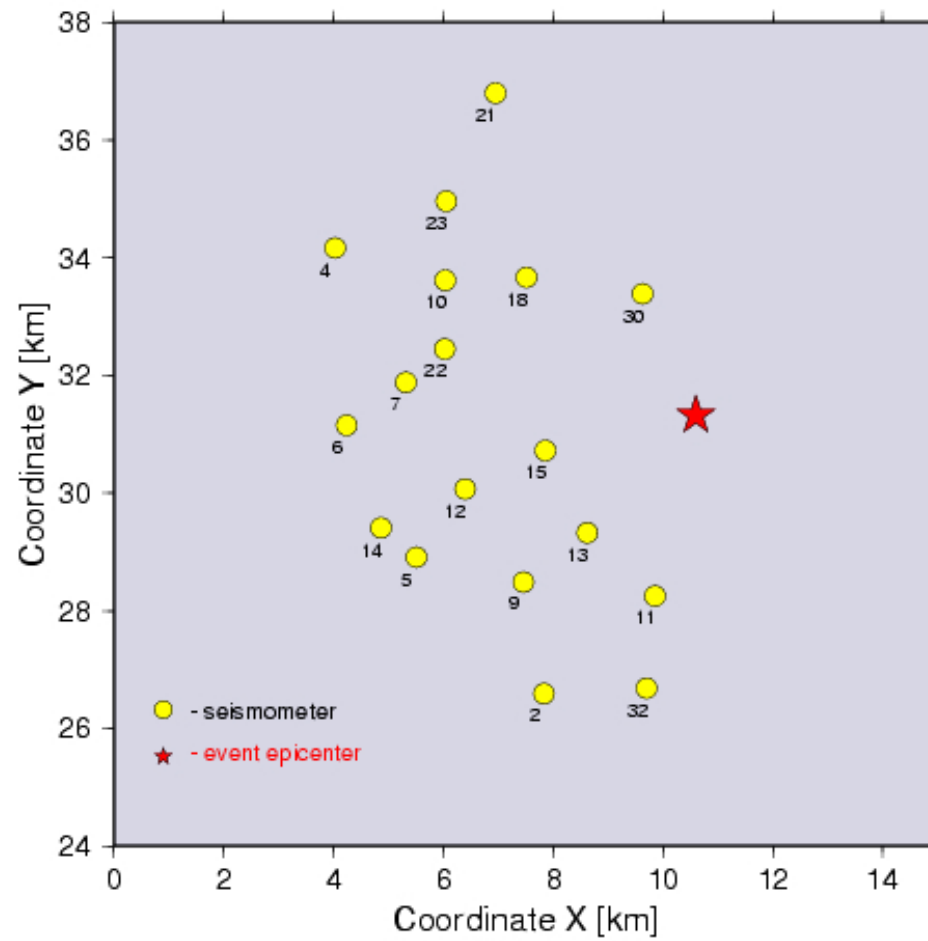
$$\epsilon = \int_{\mathbf{a}} \left(\bar{S}^{avr} - \bar{S}(\mathbf{a}) \right)^2 \sigma(\mathbf{a}) d\mathbf{a}$$

Całkowanie - metoda MCMC

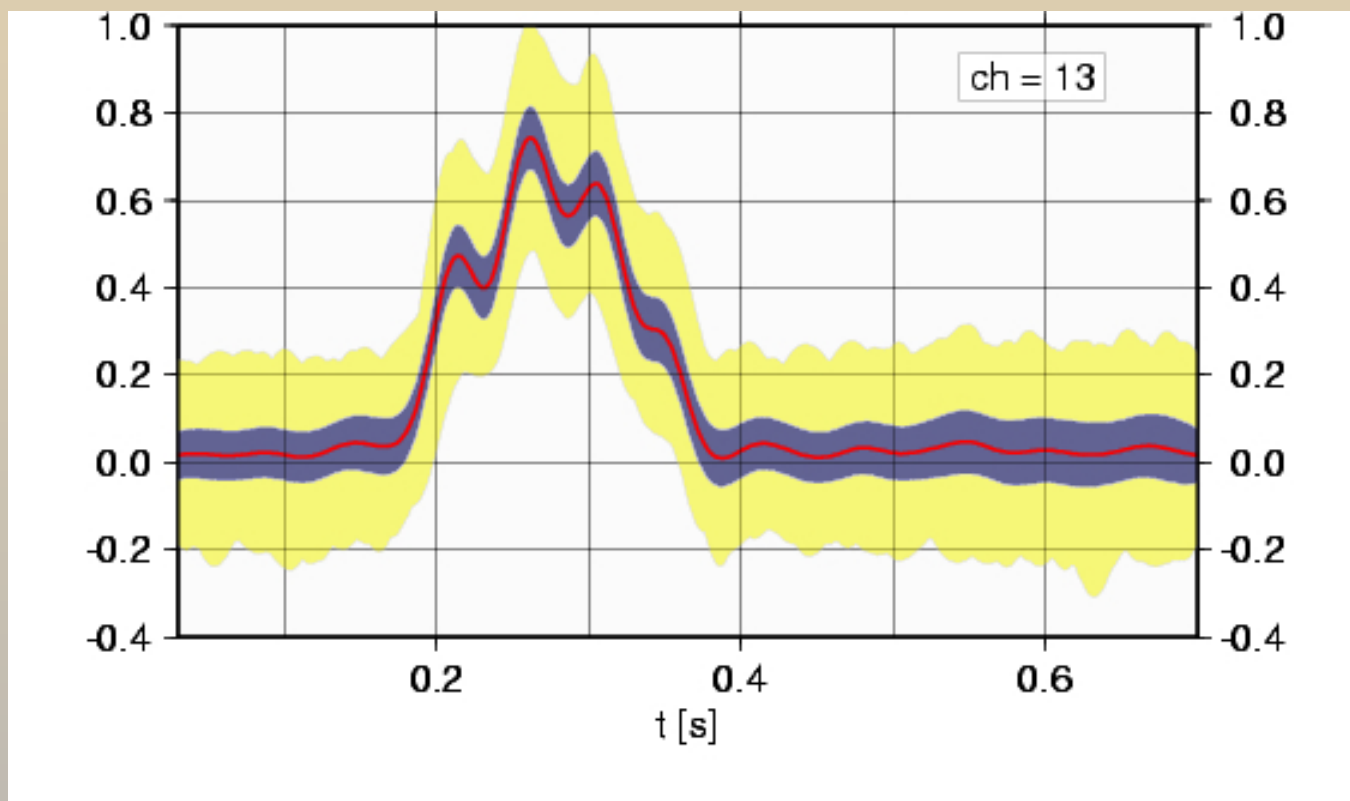
$$\int_{\bar{S}} H(\bar{S}) \sigma(\bar{S}) d\bar{S} \approx \frac{1}{N_\alpha} \sum_{\alpha} H(\bar{S}_\alpha)$$

generacja próbek $\bar{S}_\alpha$ z rozkładu $\sigma(\bar{S})$ metodą łańcuchów Markowa (np. algorytm Metropolisa)

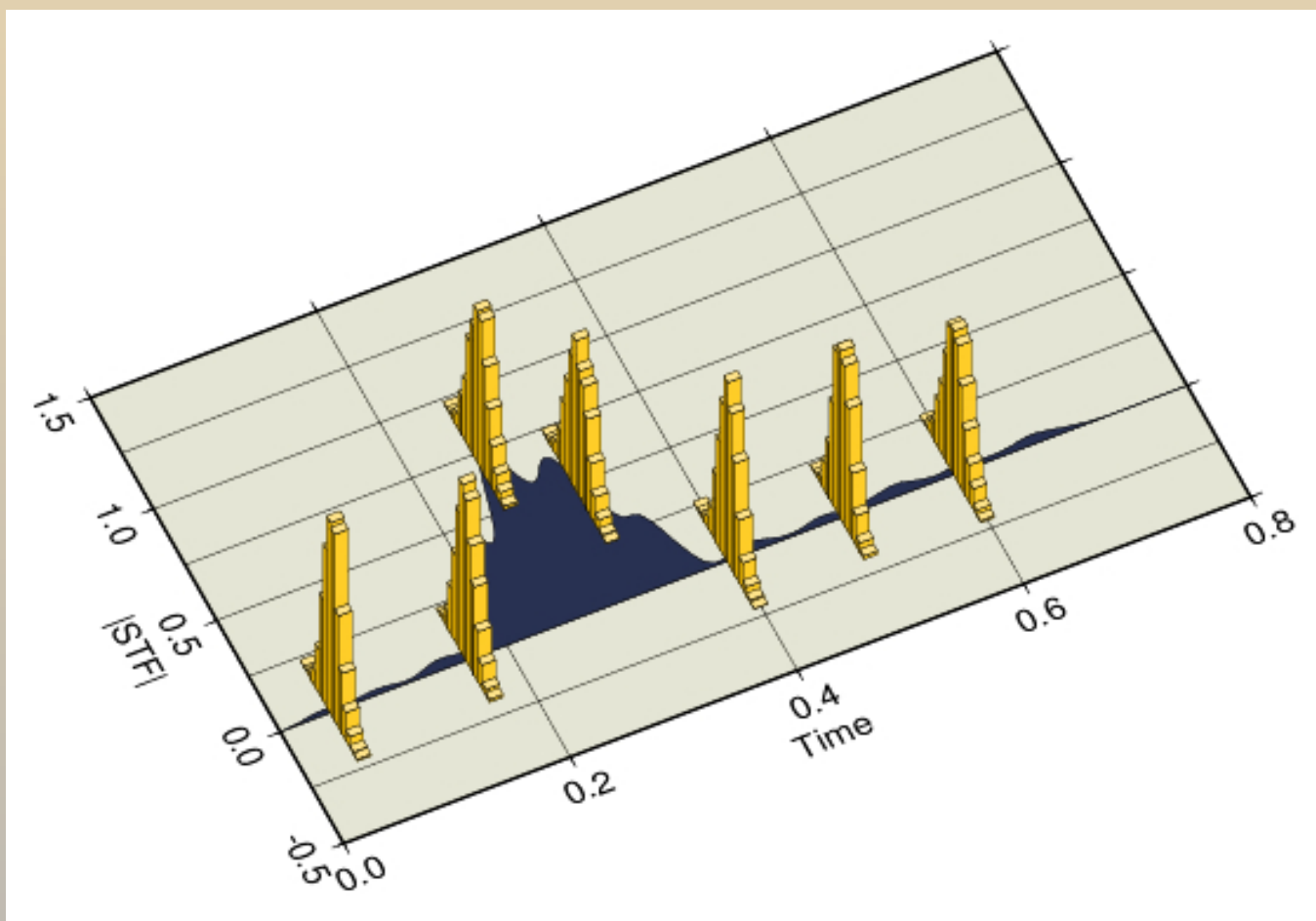
Event 1998.07.03



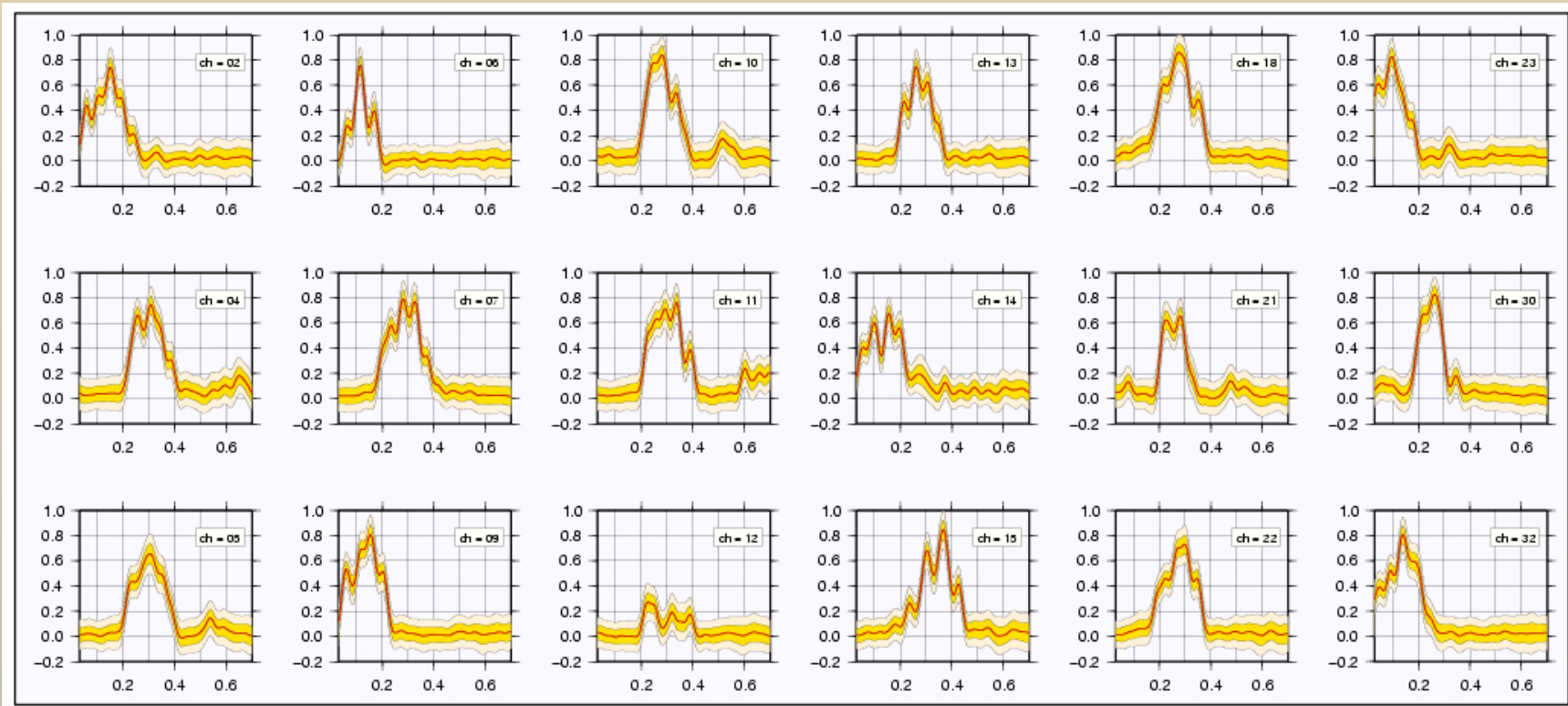
STF - kanał 13



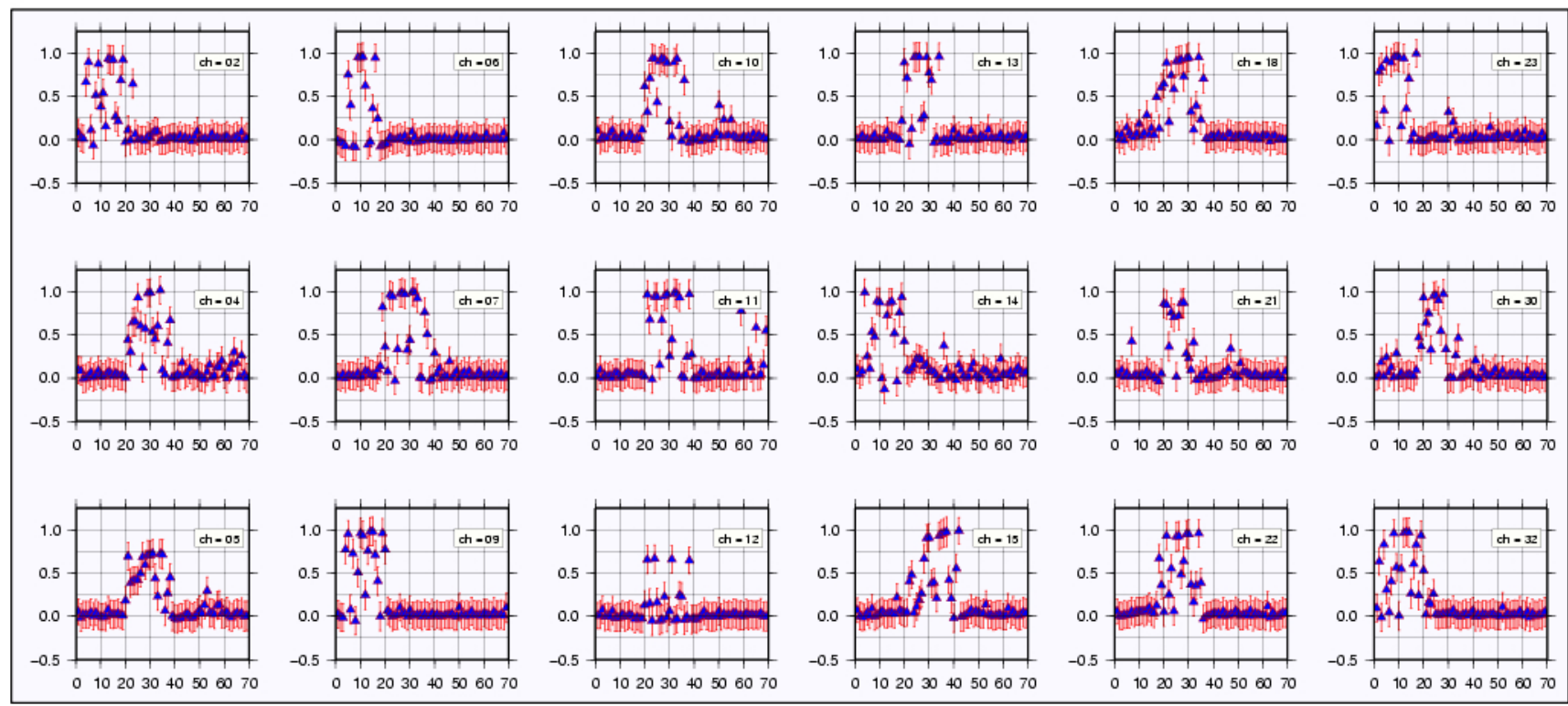
STF - kanał 13



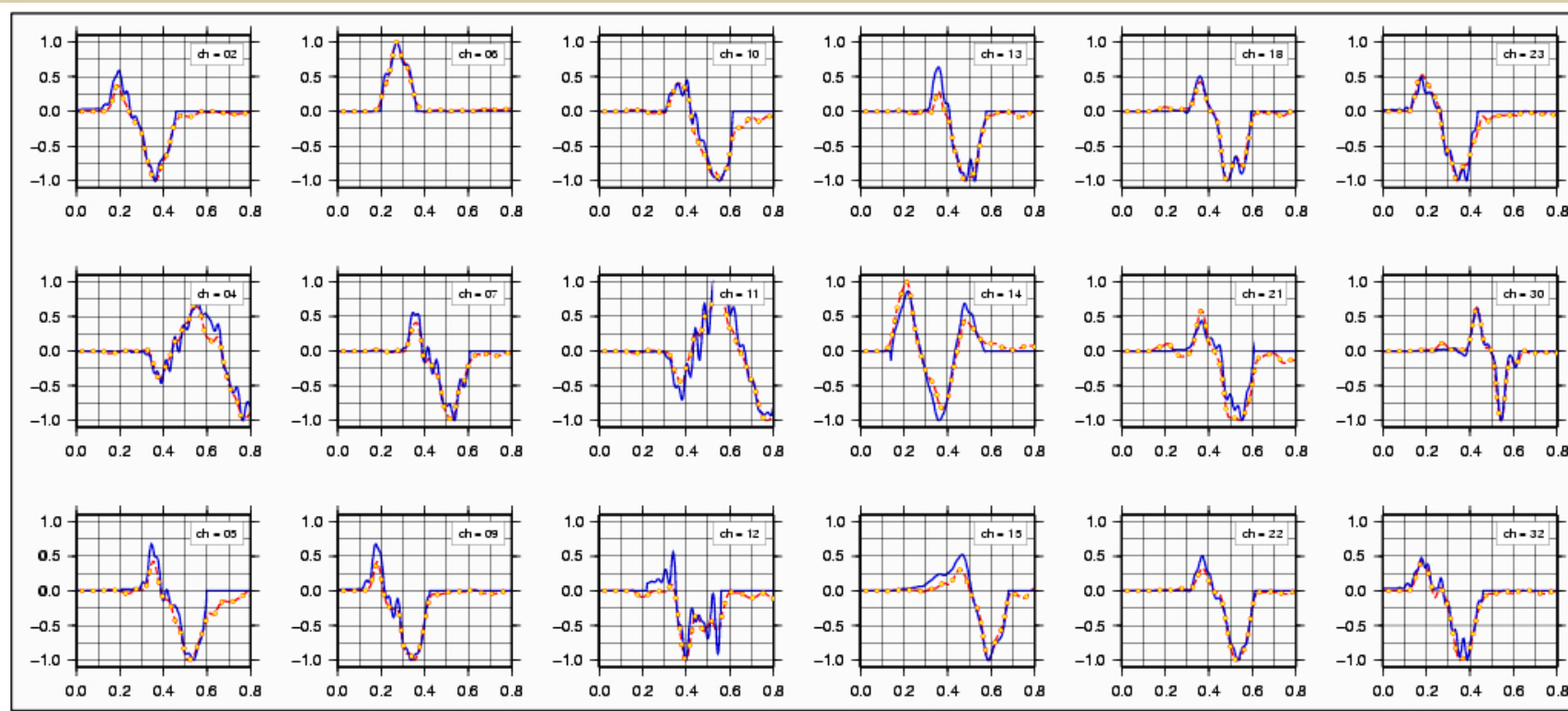
STF



$$\bar{S}(\mathbf{a})$$

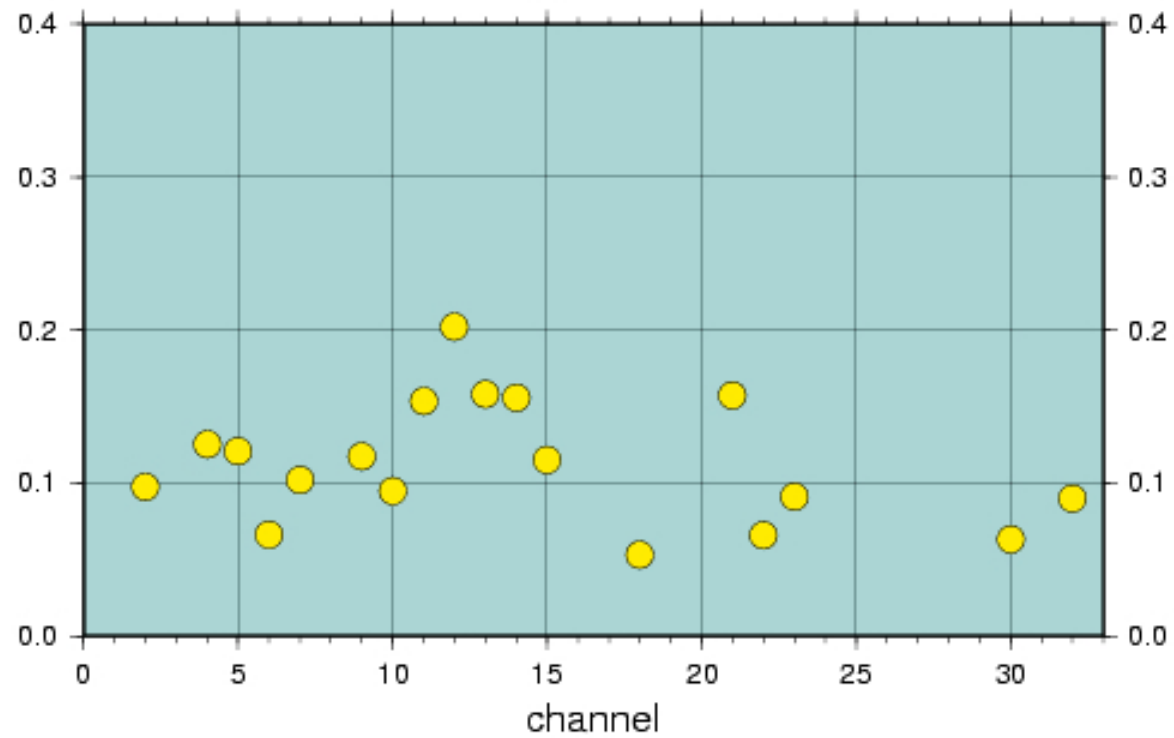


Seismogramy syntetyczne

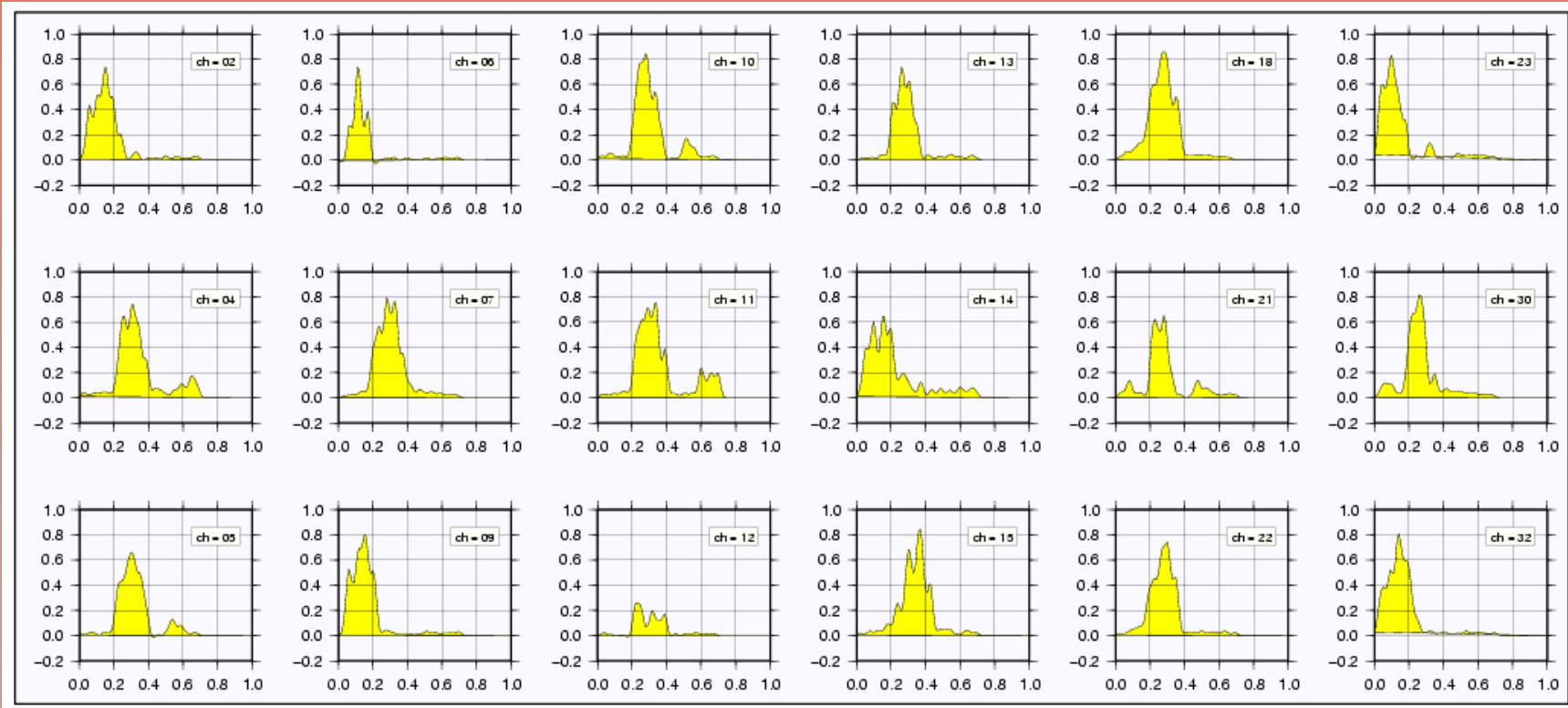


Residua

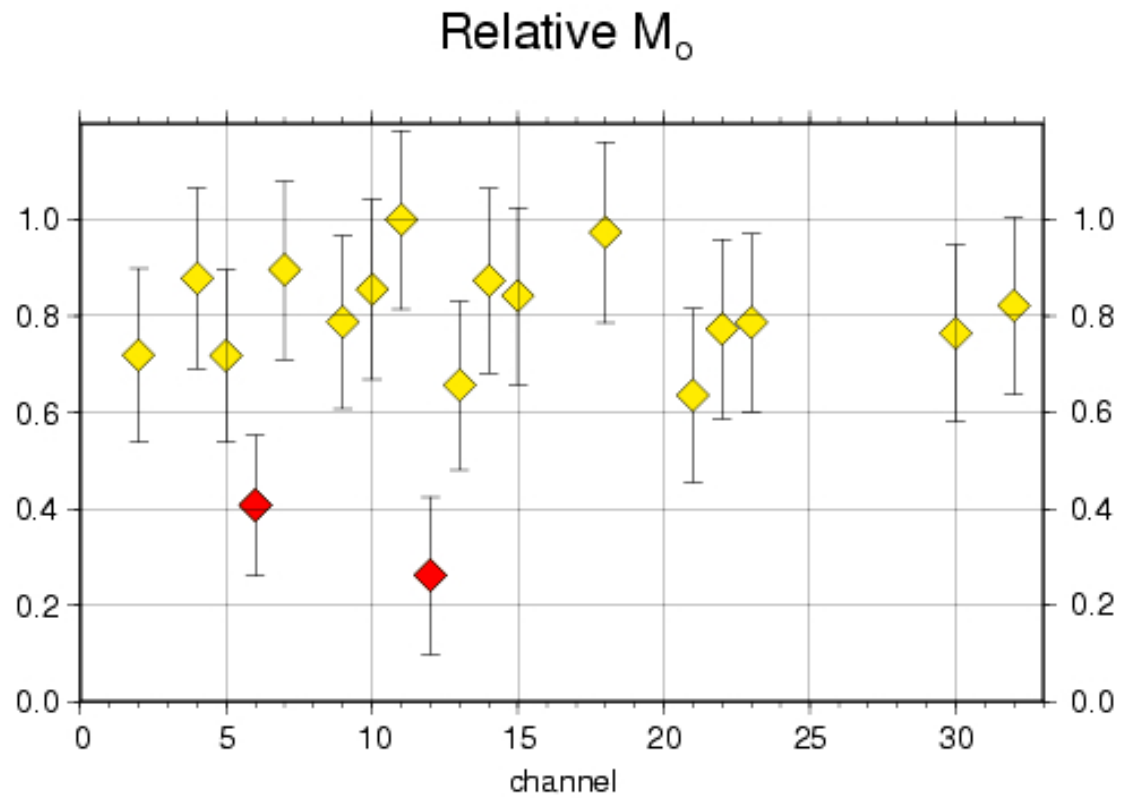
RMS residua



STF



Moment sejsmiczny



Rozkład kątowny

