

Fizyka źródła sejsmicznego

część I

Wojciech Dębski

IGF PAN, Warszawa

8.05.2017

Sejsmologia

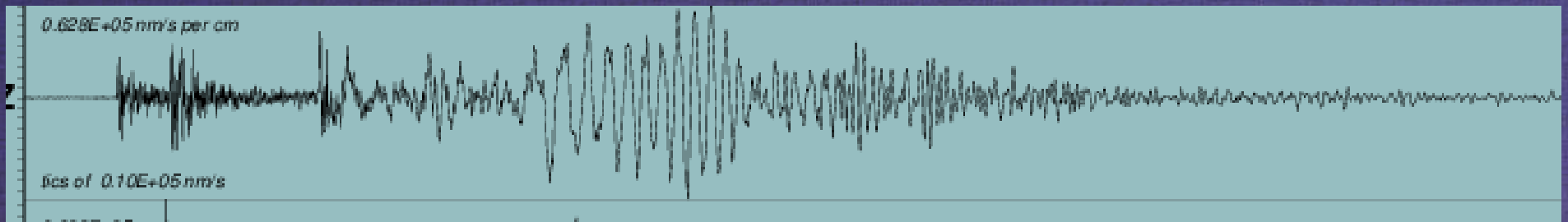
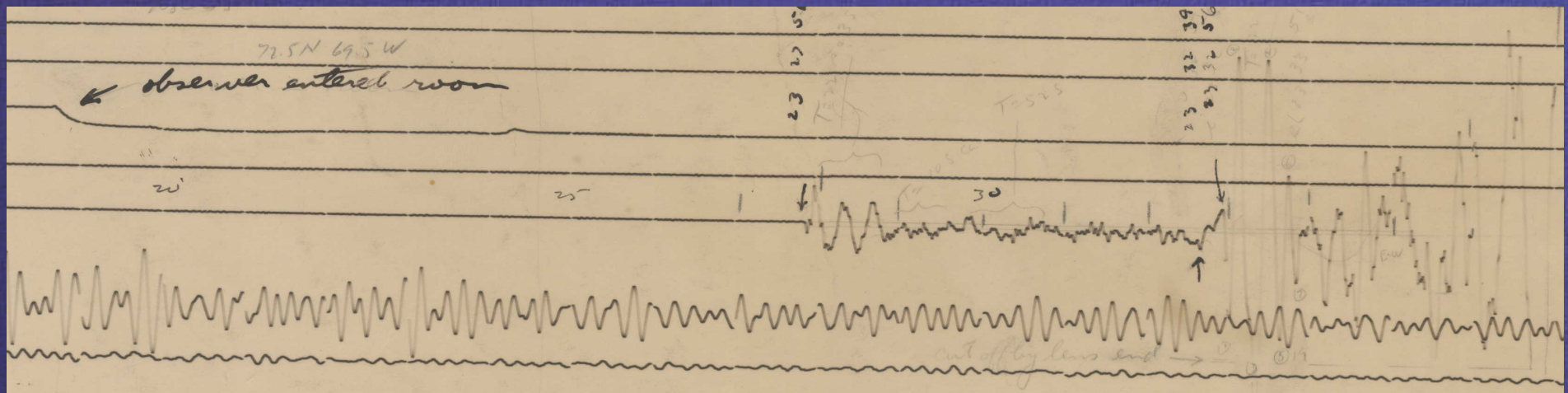
Sejsmologia rozważa dwie klasy problemów:

- ✦ Struktura i budowa Ziemi w różnych skalach: globalnej, regionalnej (~ 2000 km), lokalnej (~ 100 km), etc.
- ✦ Trzęsienia ziemi, ich pochodzenie, mechanizmy, efekty, przewidywanie ...

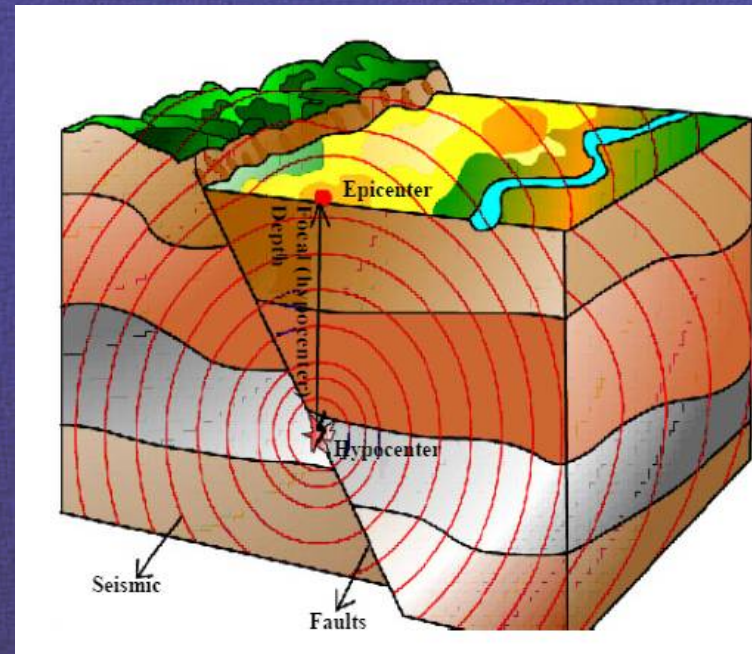
Wnioskowanie jest zawsze oparte o pomiary (fale sejsmiczne) wykonane na powierzchni Ziemi (ewentualnie z satelitów). Nie istnieje możliwość bezpośrednich pomiarów i obserwacji.

Fale sejsmiczne - podstawowe źródło informacji

Seismogram: zapis fal sejsmicznych

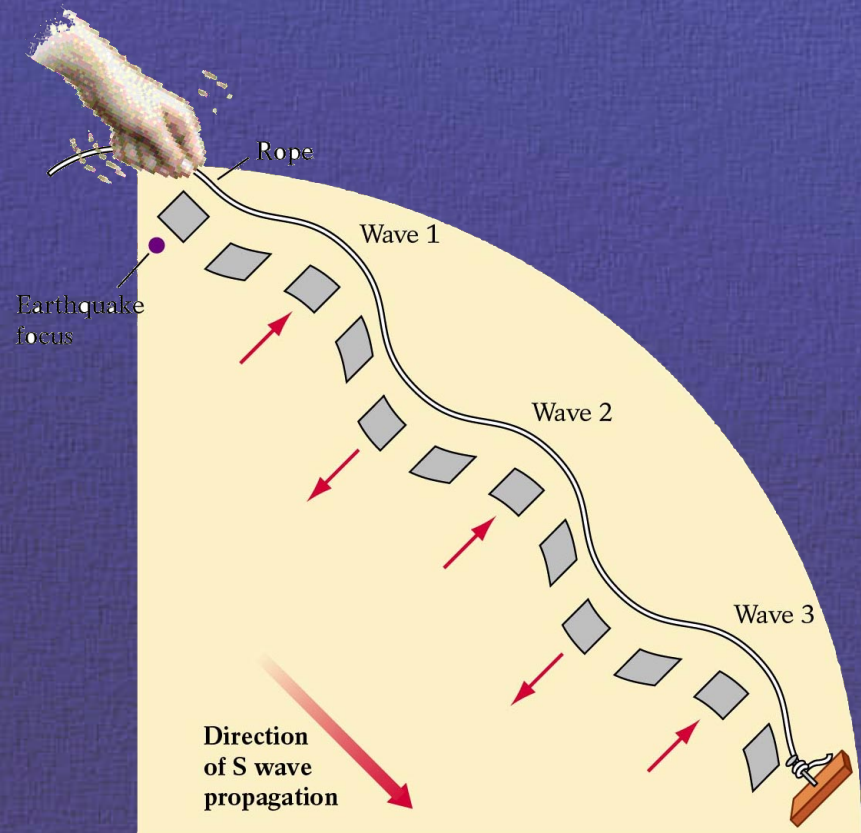
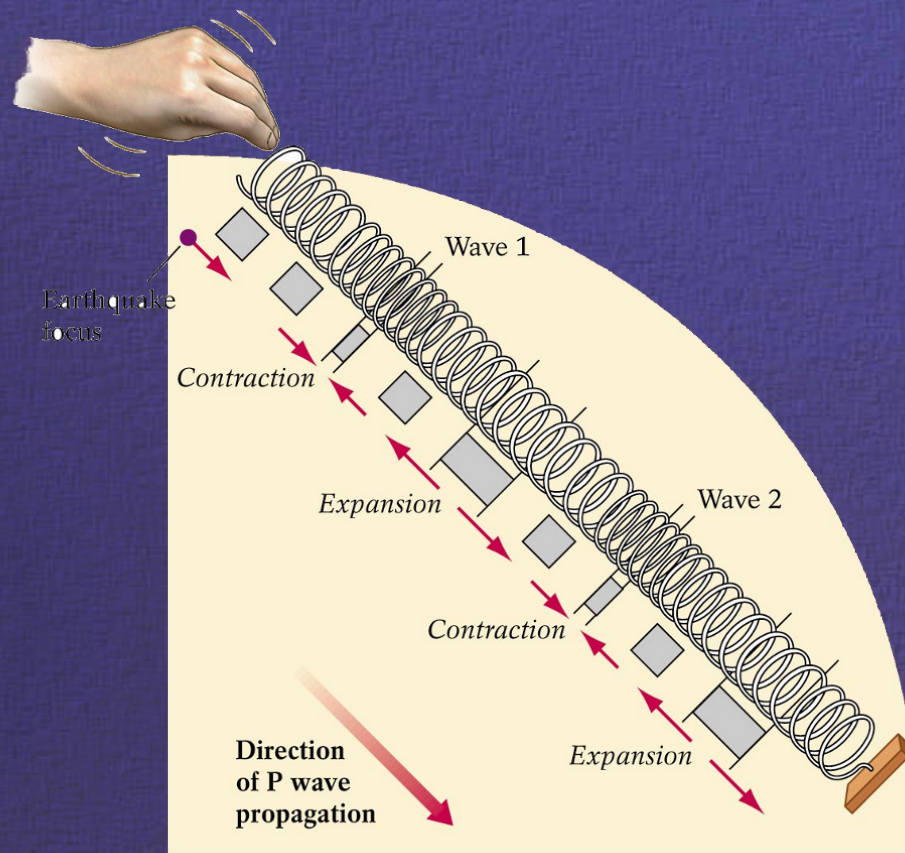


Fale sejsmiczne - jakie informacje niosą

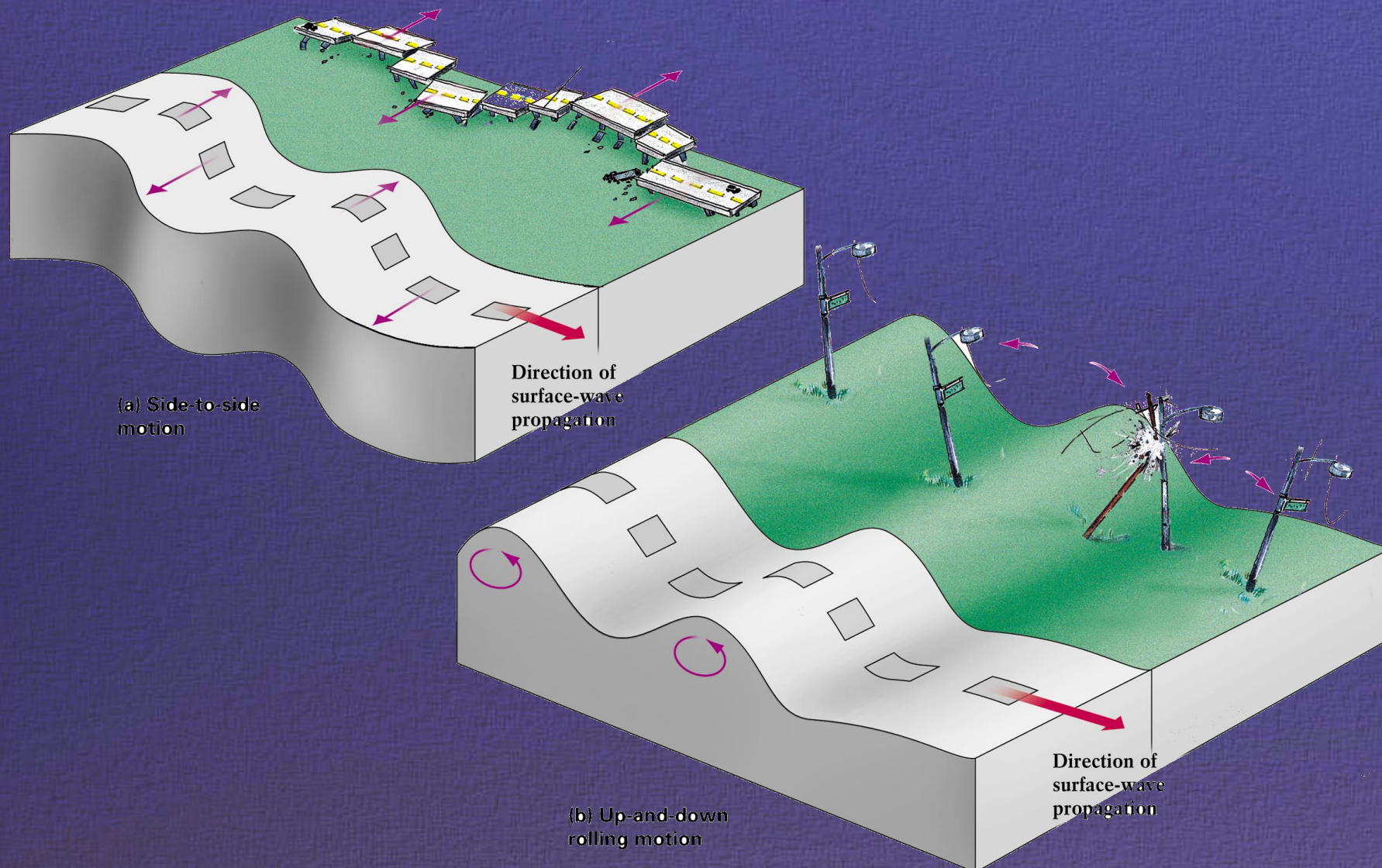


$$\mathbf{u}(\mathbf{r}, t) = \int_{R', T'} G(\mathbf{r}, \mathbf{r}', t - t') \mathbf{S}(\mathbf{r}', t') d\mathbf{r}' dt'$$

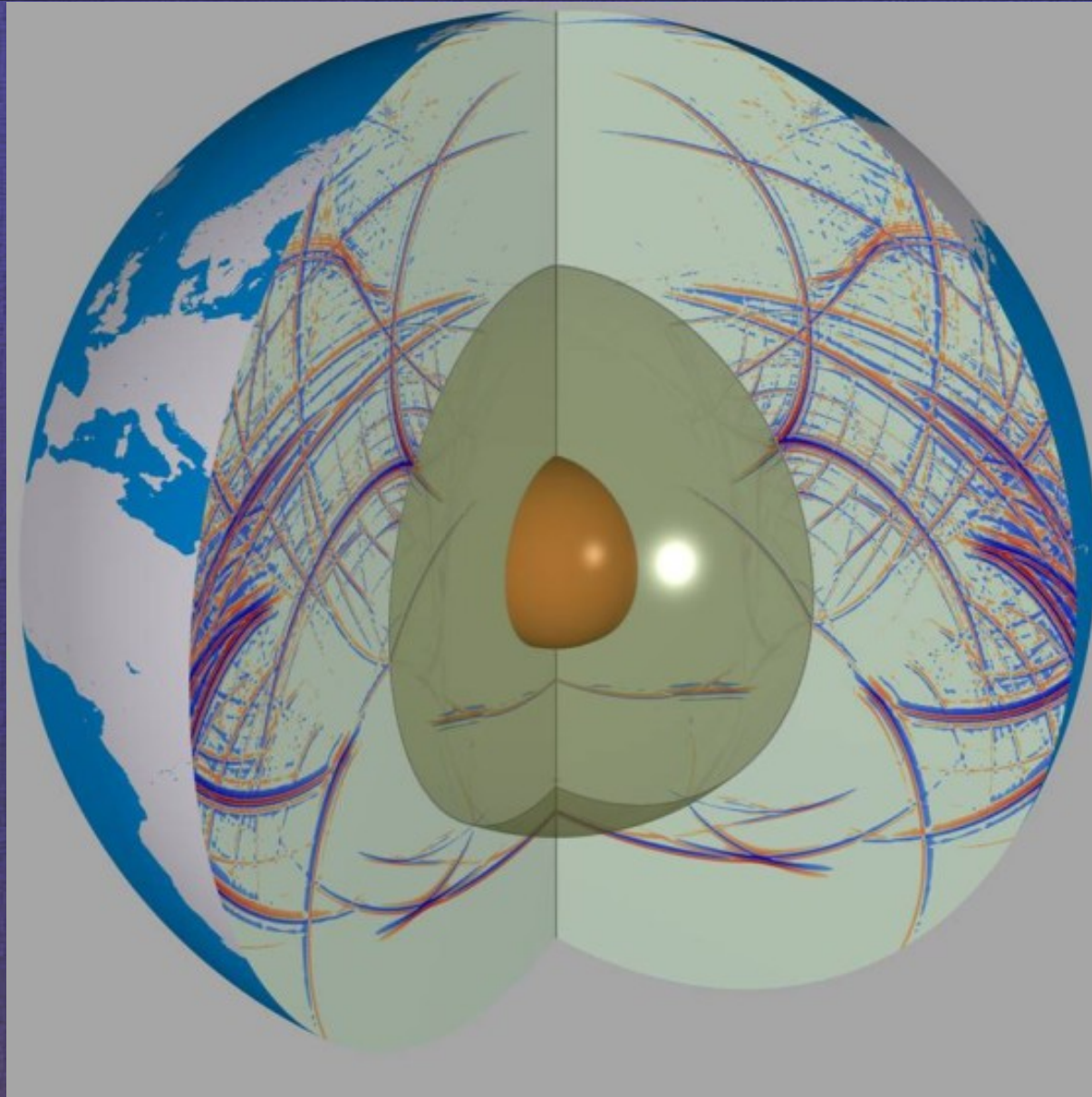
Fale sejsmiczne: fale P - S



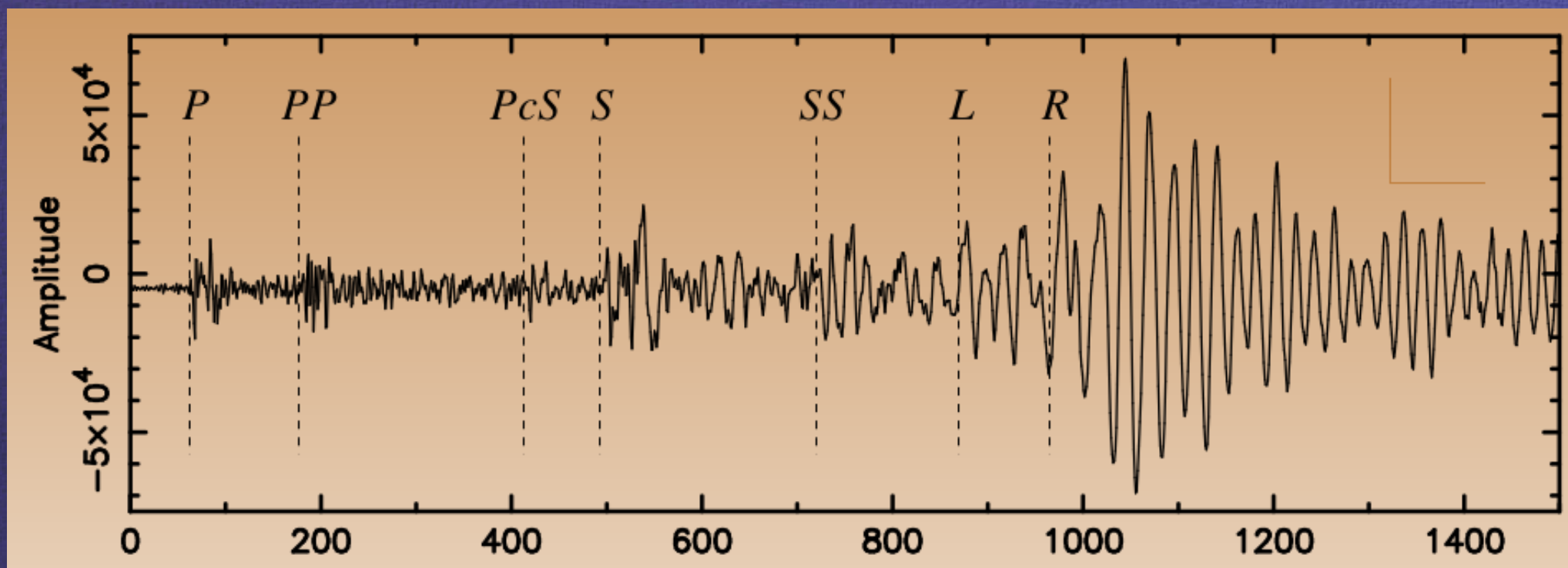
Fale sejsmiczne: fale powierzchniowe



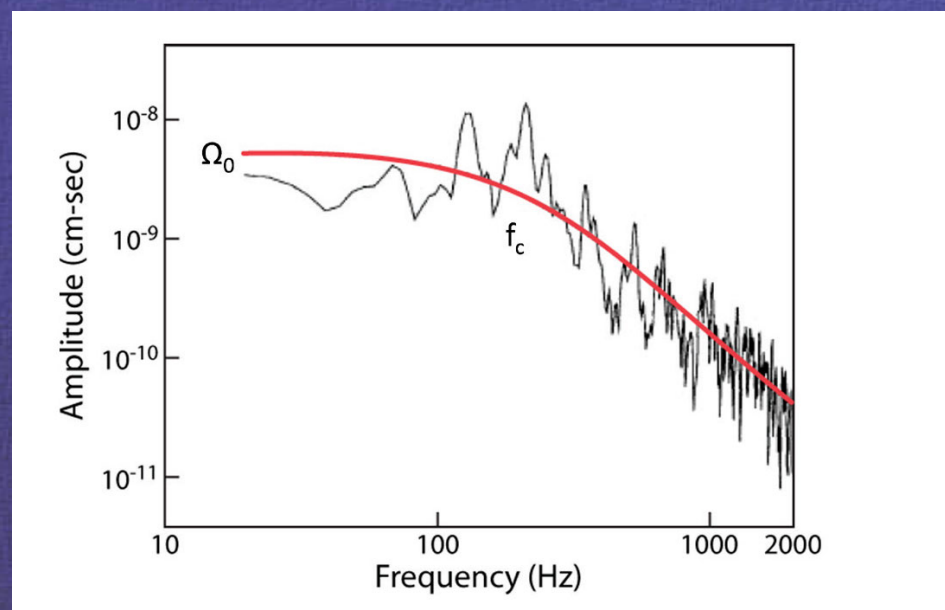
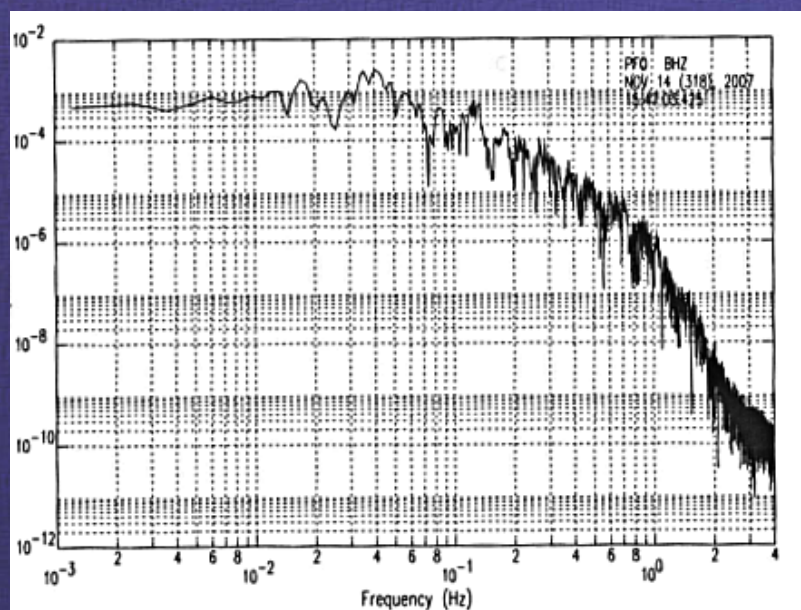
Fale sejsmiczne - efekty powierzchniowe



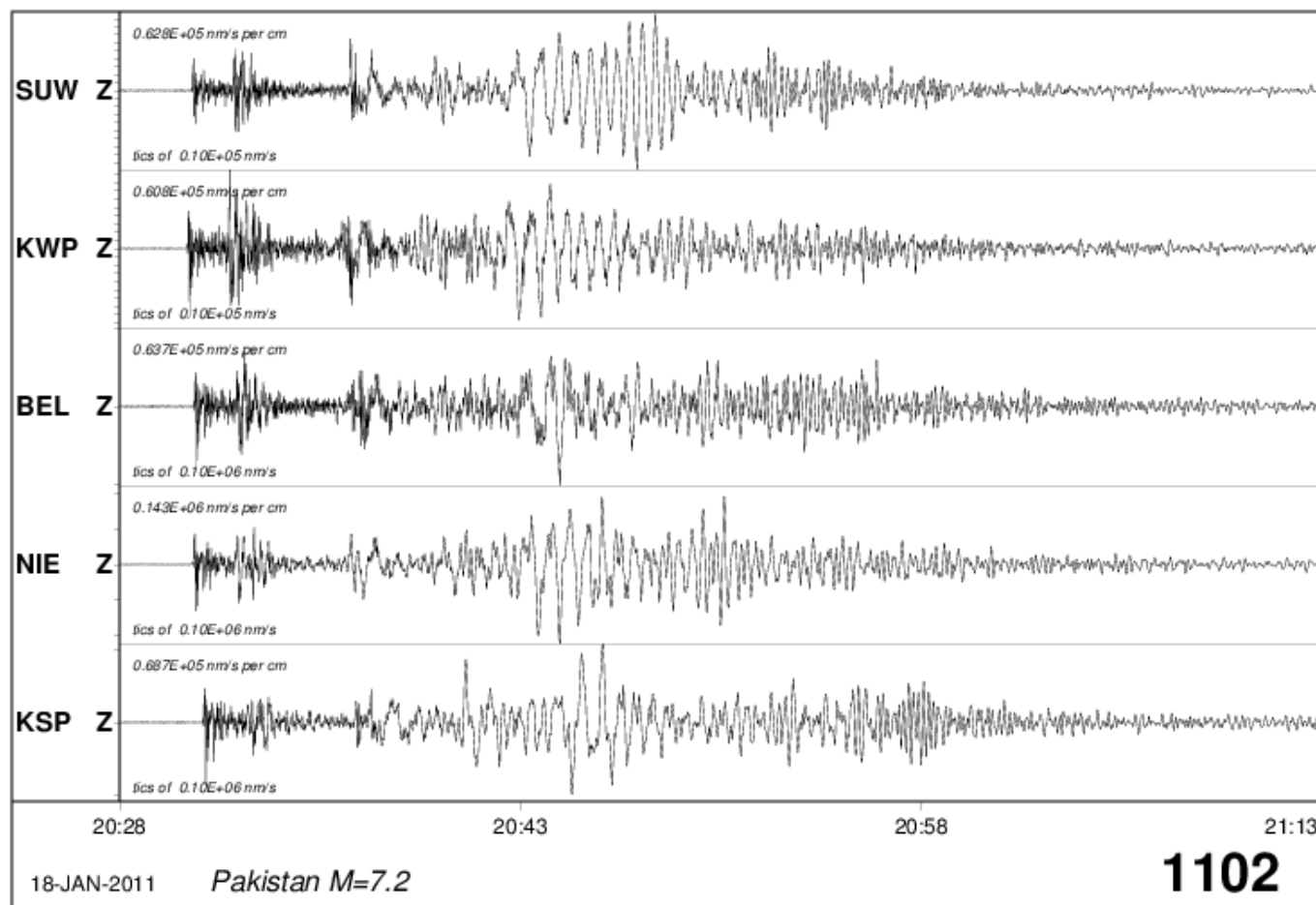
Fale sejsmiczne - fazy



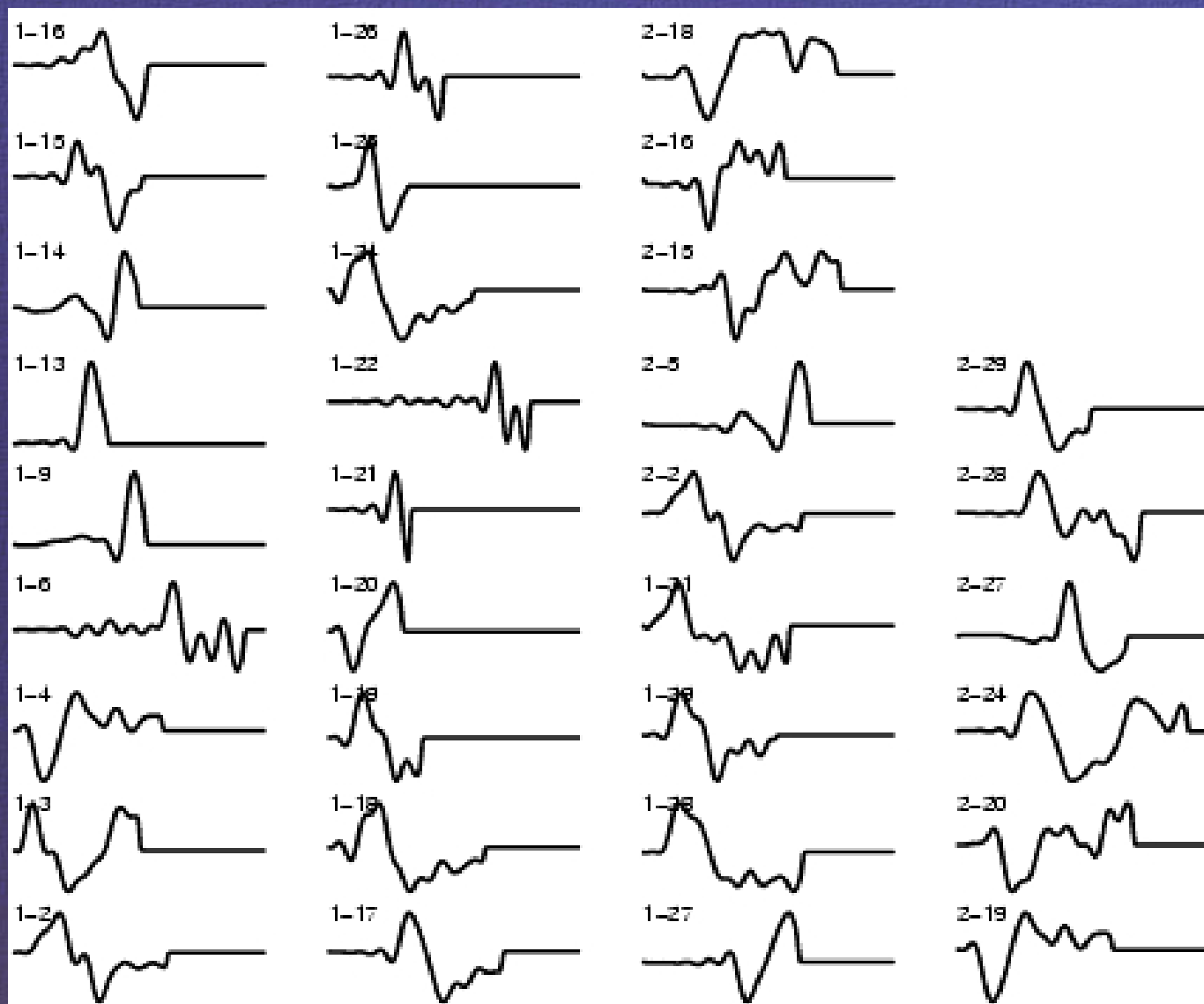
Fale sejsmiczne - spektra



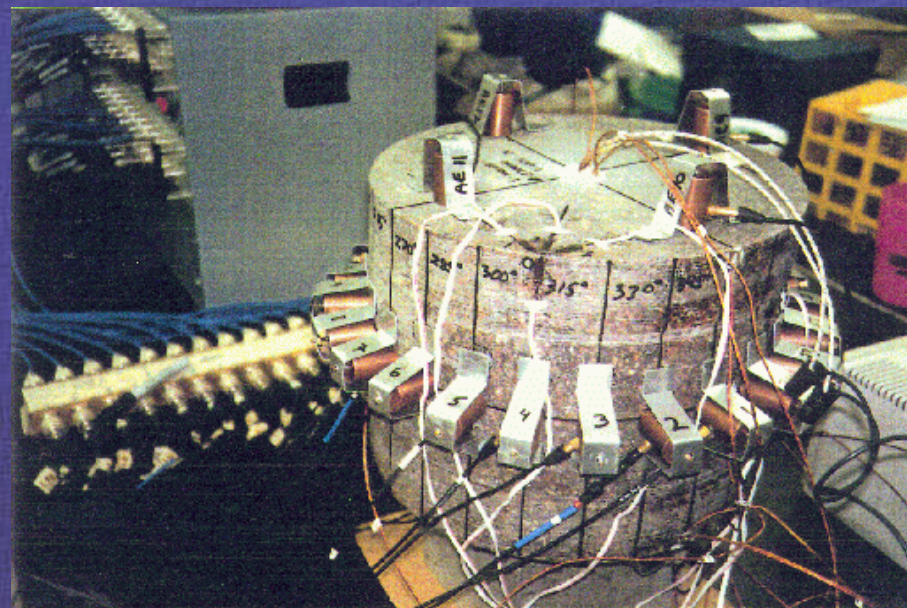
Fale sejsmiczne - zmienność przestrzenna (wstrząsy dalekie)



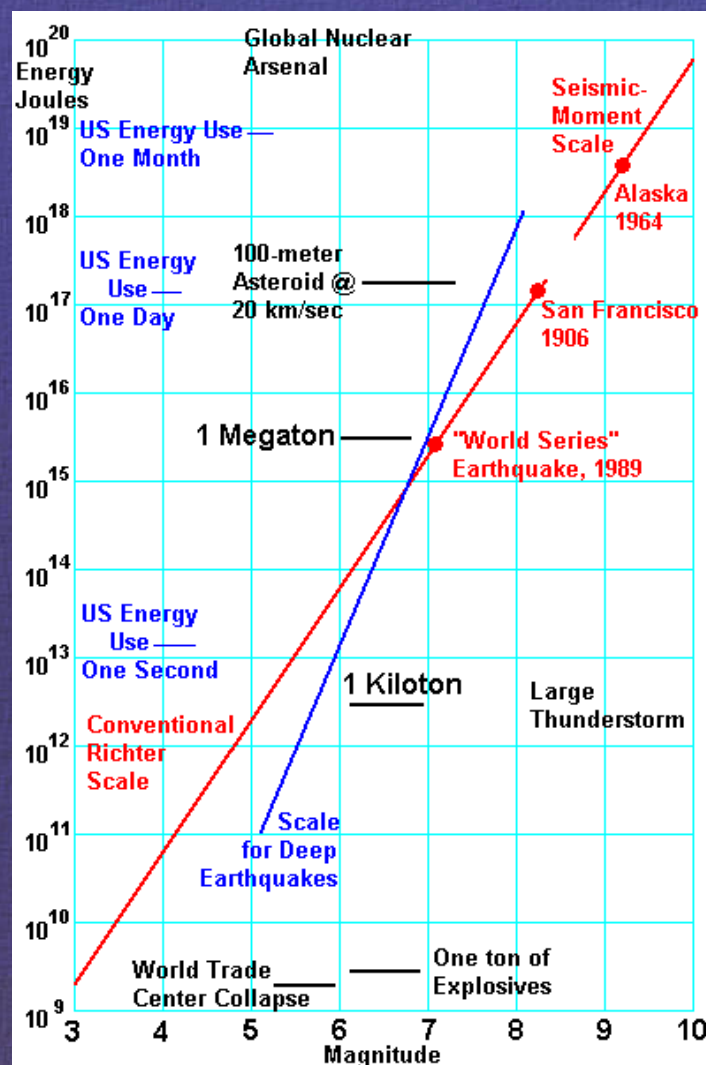
Fale sejsmiczne - zmienność przestrzenna (wstrząsy w kopalni)



Skale procesu: od globu do laboratorium



Energie wstrząsów sejsmicznych



Trzęsienia ziemi



Trzęsienia ziemi



Trzęsienia ziemi

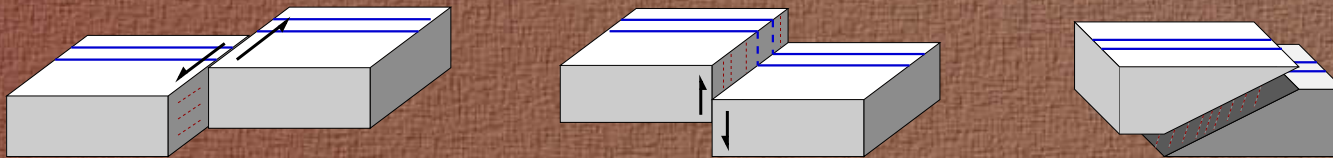


Trzęsienia ziemi



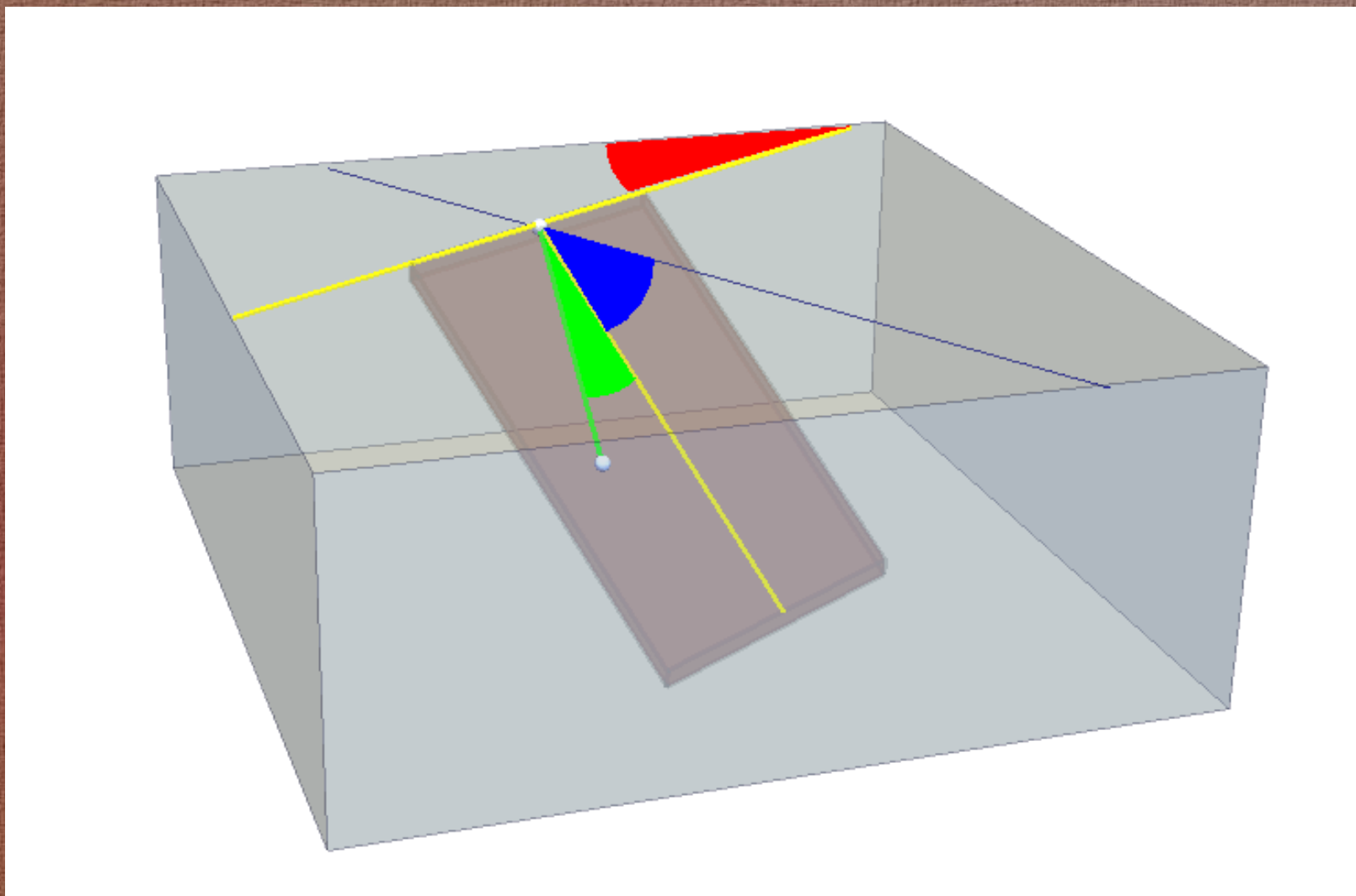
Fizyka źródła sejsmicznego - geometria

Niemal wszystkie wstrząsy naturalne i znaczna większość wstrząsów wywołanych działalnością człowieka związana jest z poślizgiem skał wzdłuż pewnych płaszczyzn (usoków geologicznych).

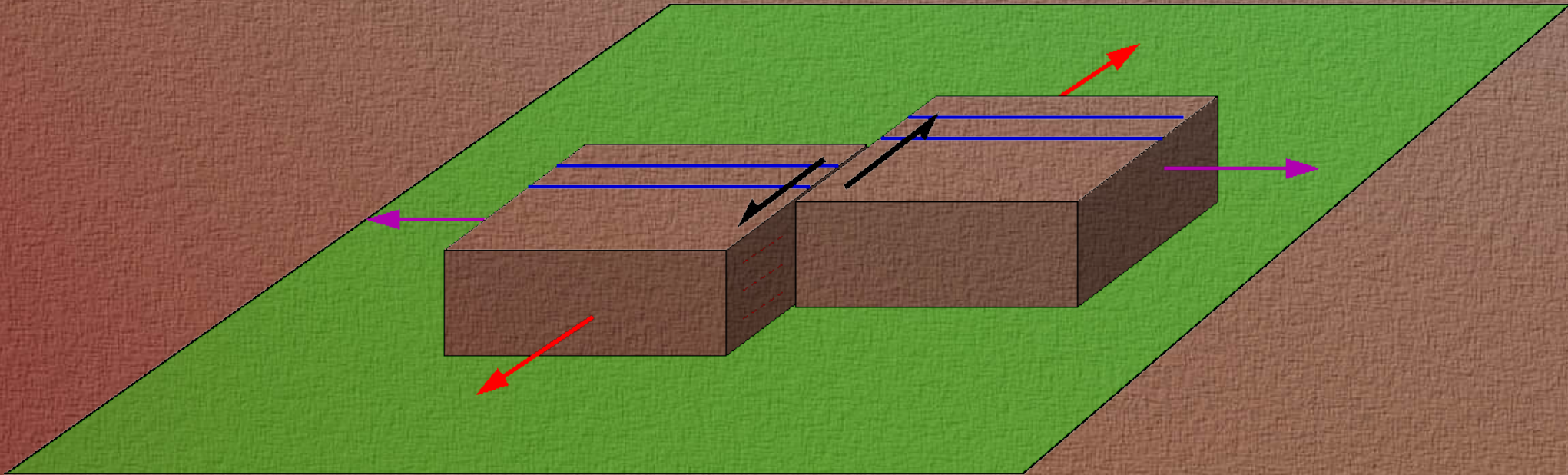


W jaki sposób opisać w sposób fenomenologiczny takie procesy

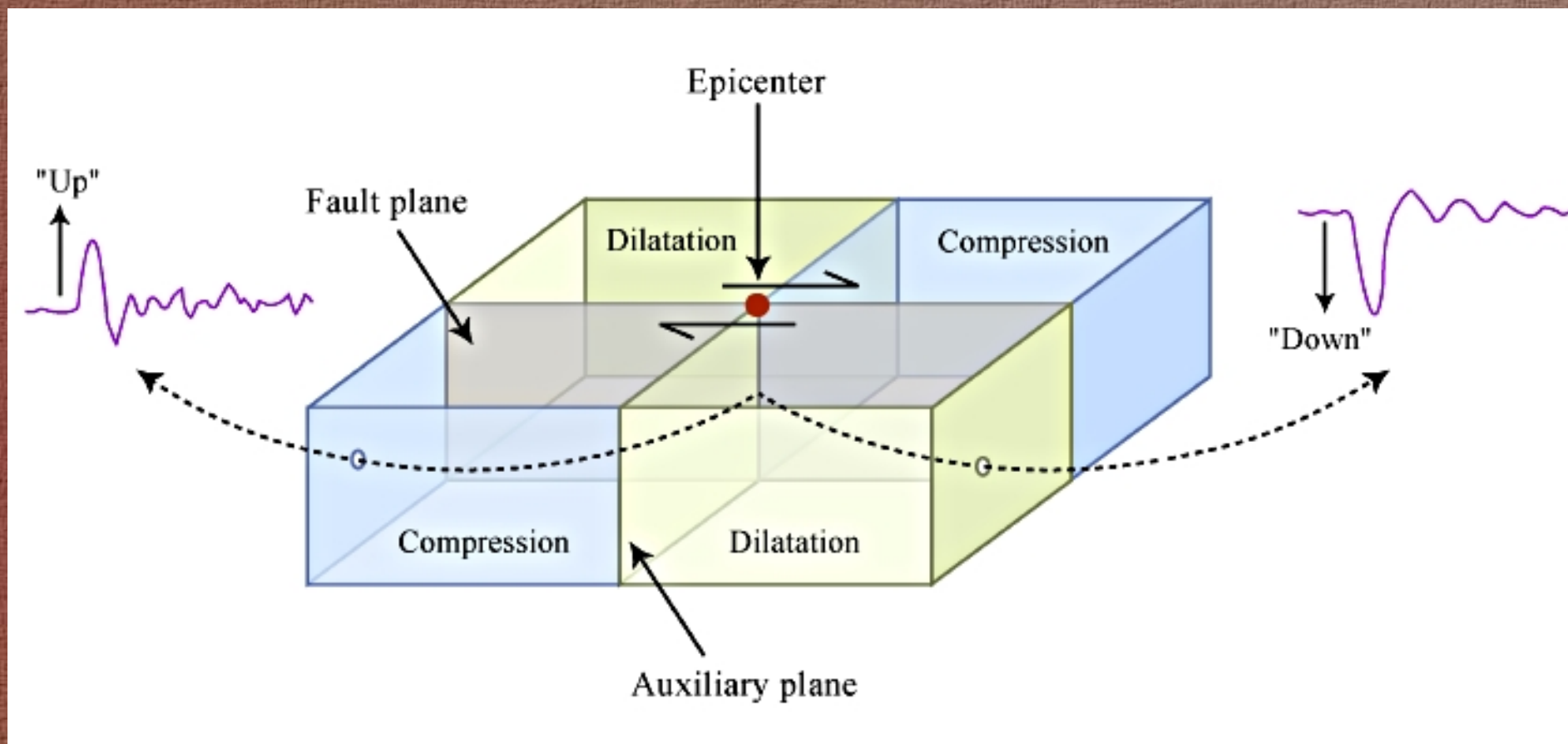
Orientacja płaszczyzny uskoku



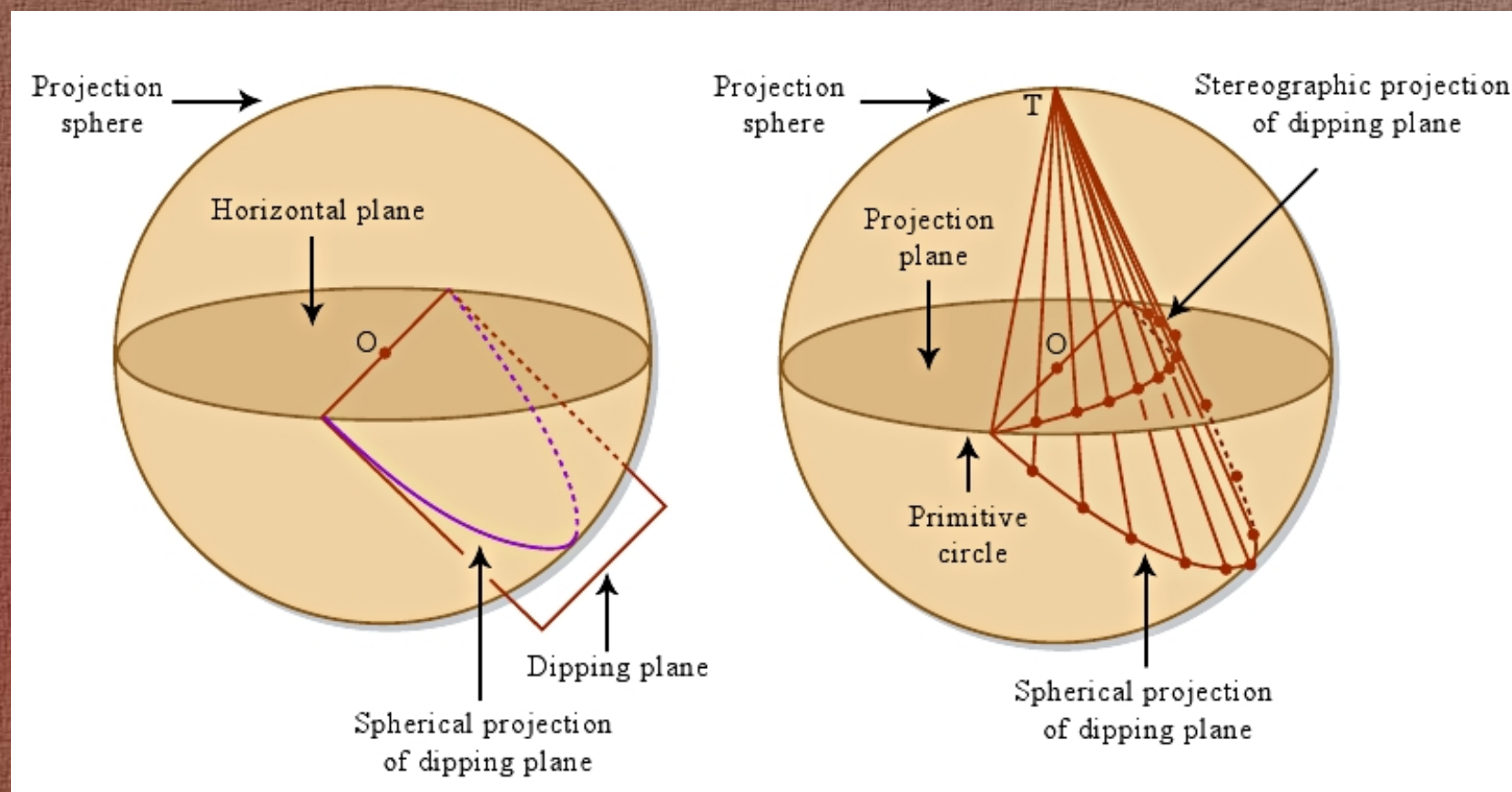
Siły ekwiwalentne - para sił



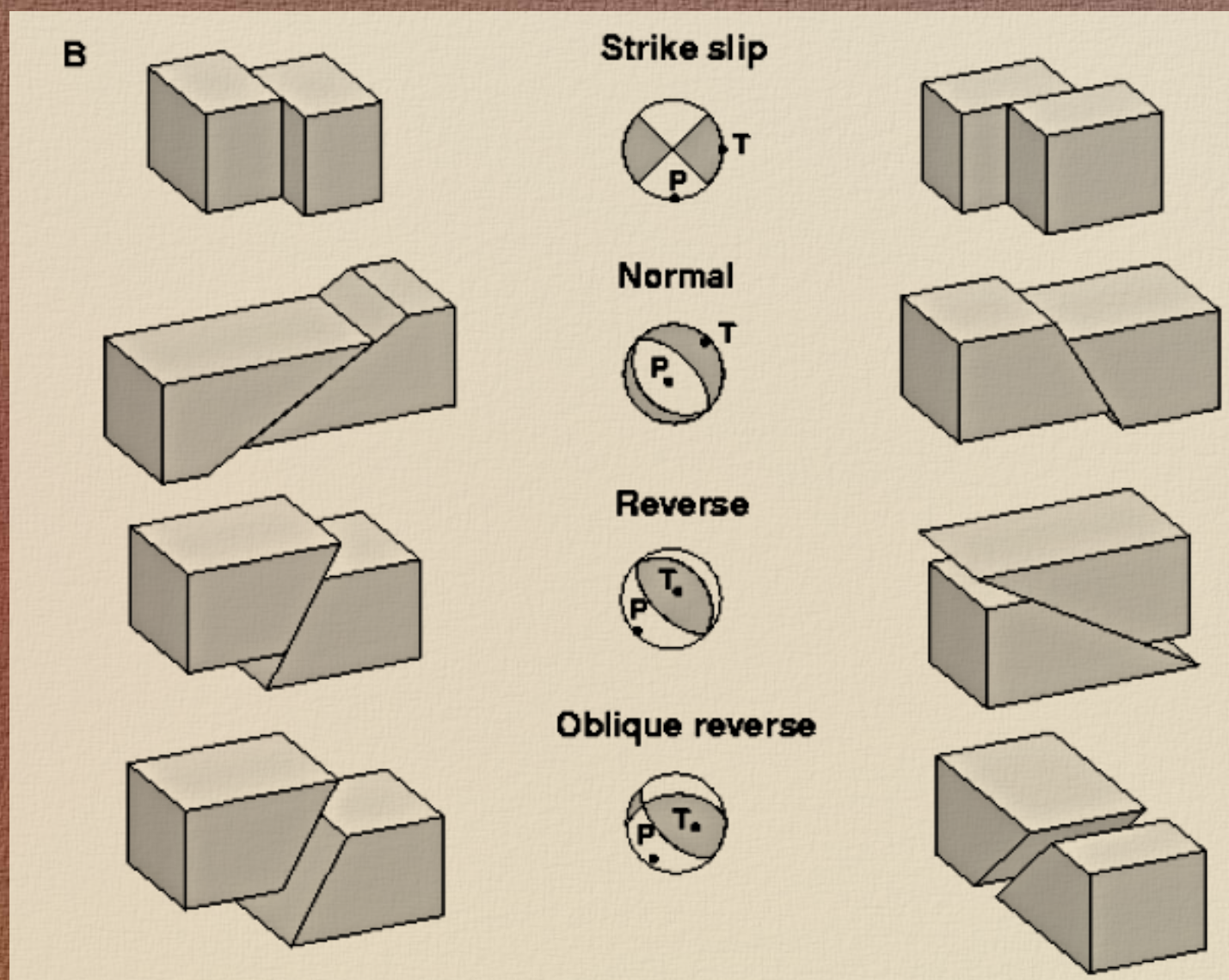
Proces ścinania - mechanizm



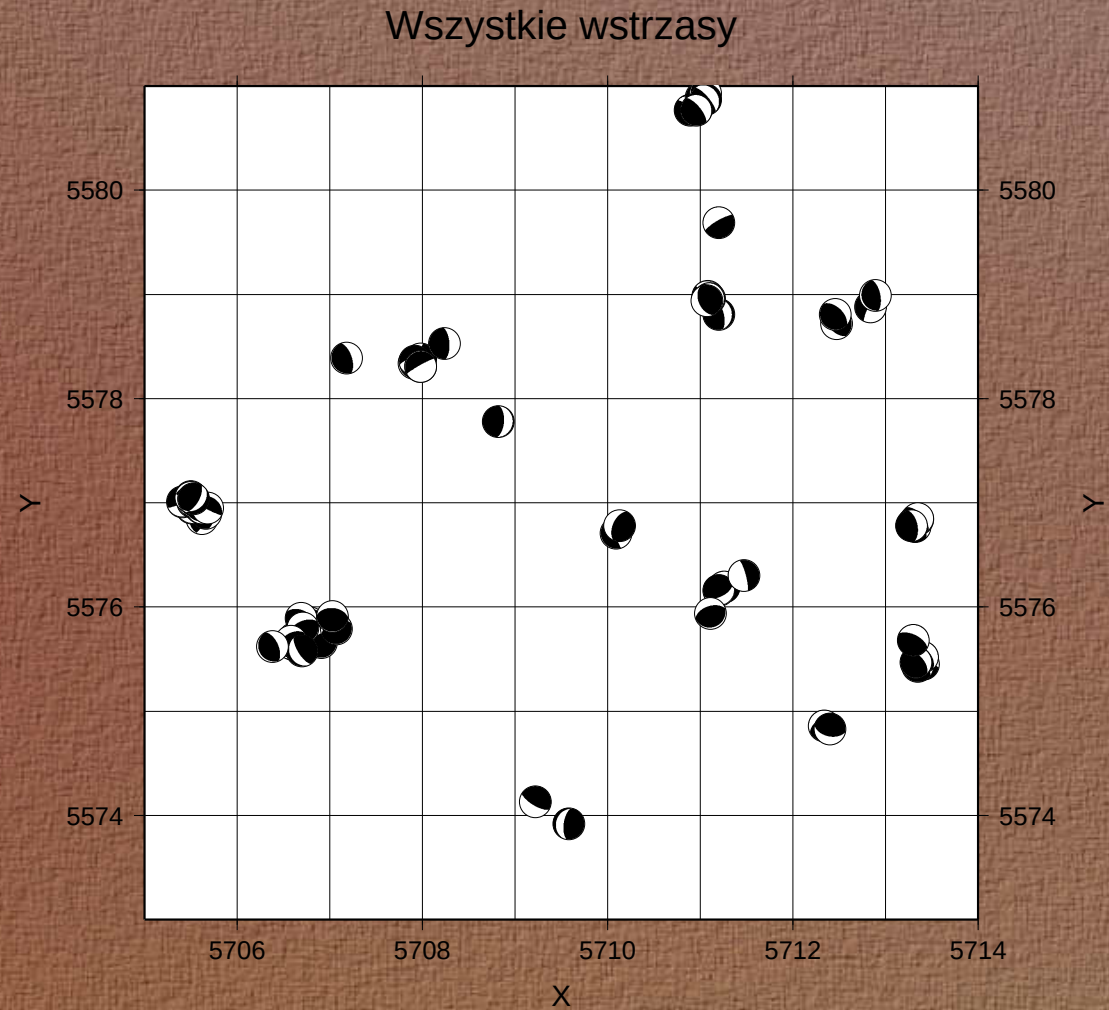
Fault plane solutions



Fault plane solutions - examples



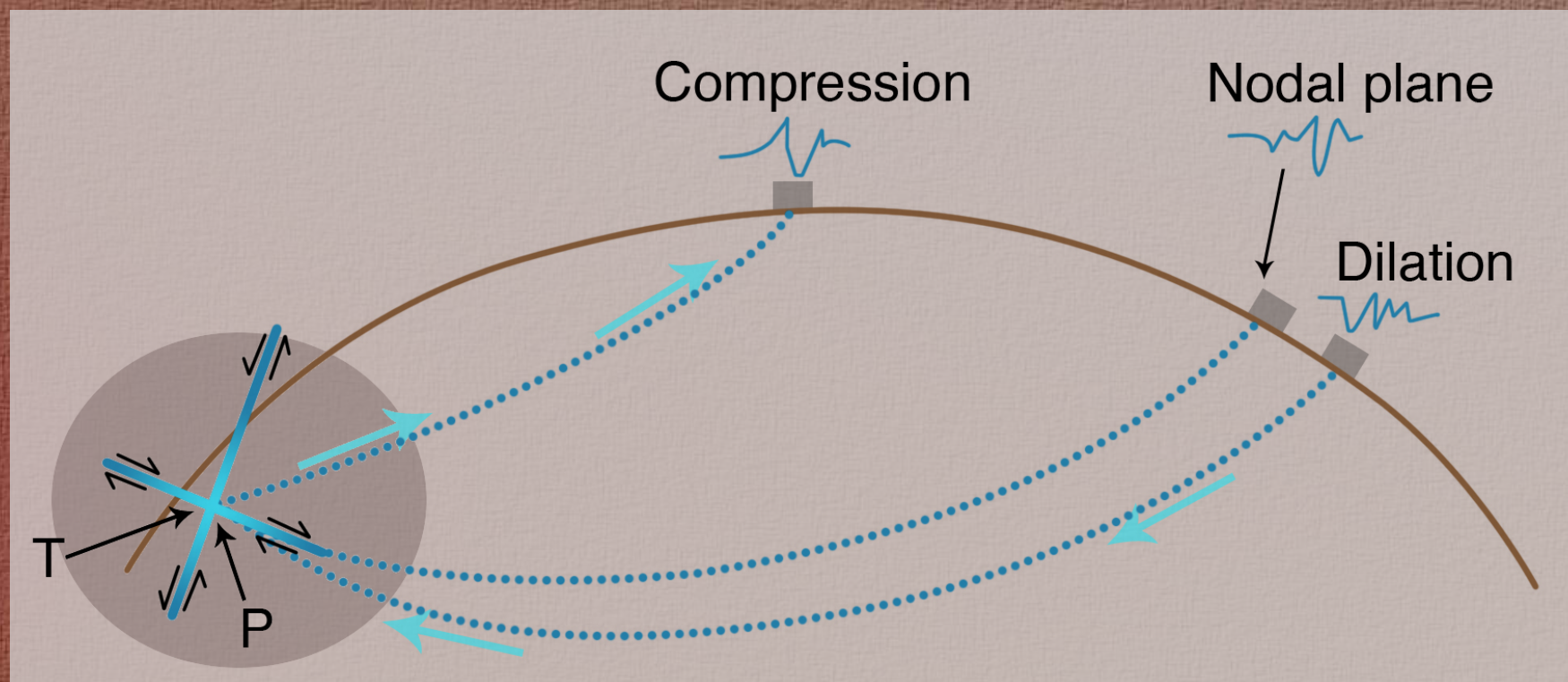
Fault plane solutions - kopalnia Rudna



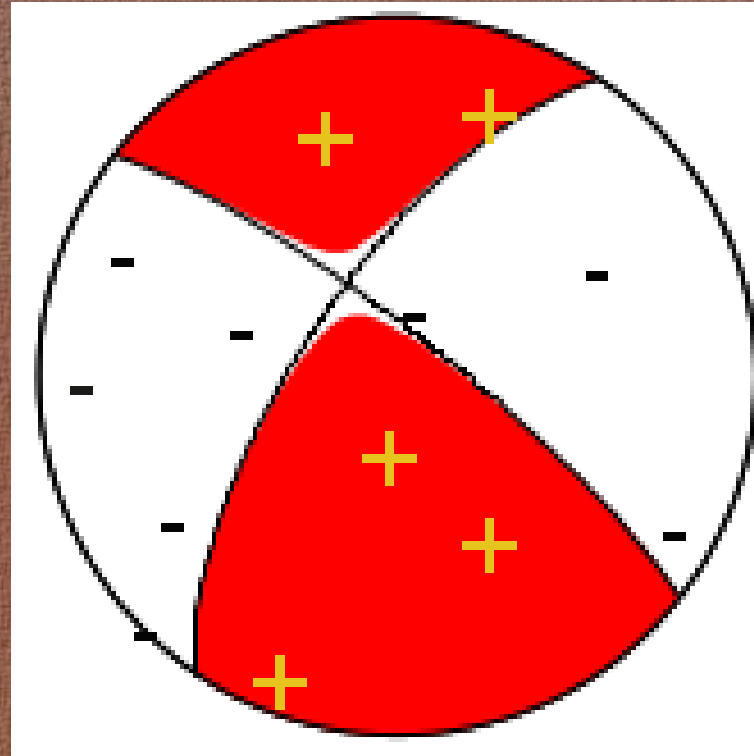
Fault plane solutions - metodologia

- ◆ Polaryzacja fal P
 - ◆ Inwersja tensora momentu sejsmicznego
 - ◆ Pełna inwersja pola falowego
-
- ◆ *Time reversal ???*

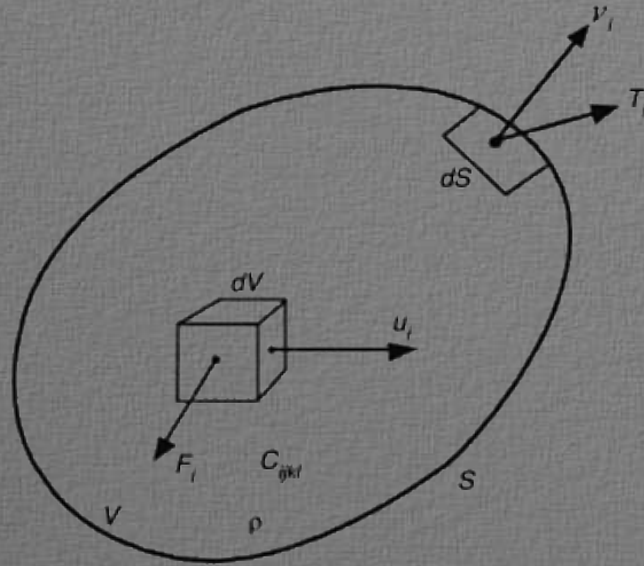
Metoda A: polaryzacja fali P



Metoda A: polaryzacja fali P



Elastyczne równanie falowe



$$T_i = \tau_{ij}n_j$$

$$\epsilon_{ij} = \frac{1}{2}(\partial_i u_j + \partial_j u_i)$$

$$\frac{d}{dt} \int_V \rho v_i(x, t) dV = \int_S T_i(x, t) dS + \int_V F_i(x, t) dV$$

Elastyczne równanie falowe

Twierdzenie Stocks'a

$$\int_V \rho \frac{\partial^2 u_i}{\partial t^2} dV = \int_V \frac{\partial \tau_{ij}}{\partial x_j} dV + \int_V F_i(x, t) dV$$

$$\rho \ddot{u}_i = \partial_j \tau_{ij} + F_i$$

Jednorodny, izotropowy ośrodek elastyczny

Prawo Hooke'a: $\tau_{ij} = c^{ijkl} \epsilon_{kl}$

Materiał izotropowy: $c^{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + 2\mu \delta_{ik} \delta_{jl}$

Ośrodek izotropowy: $\lambda, \mu = \text{const.}$

$$\rho \ddot{\mathbf{u}} = (\lambda + \mu) \nabla (\nabla \cdot \mathbf{u}) + \mu \nabla^2 \mathbf{u} + \mathbf{F}$$

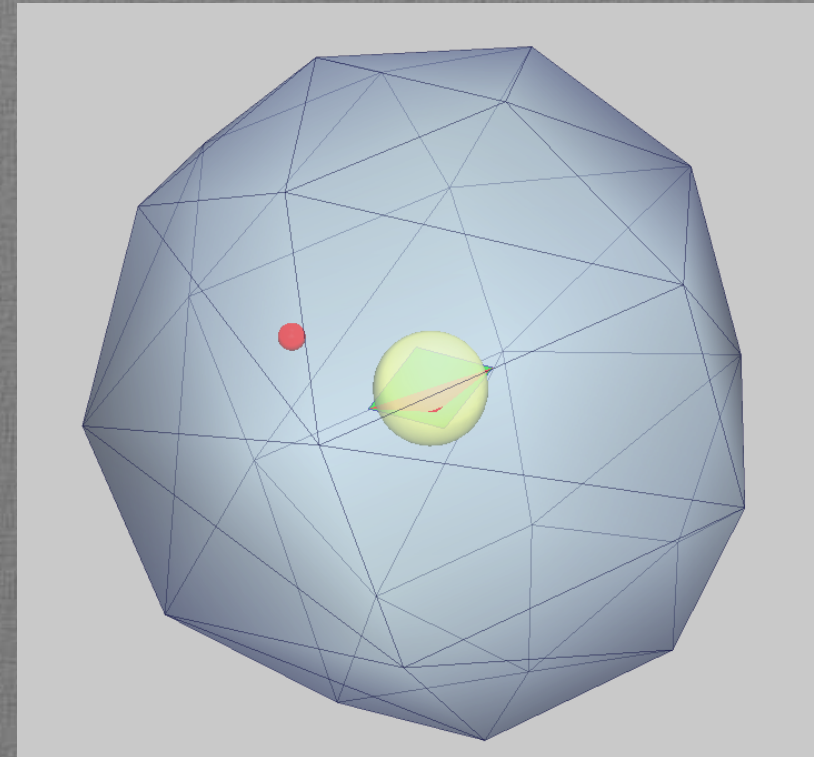
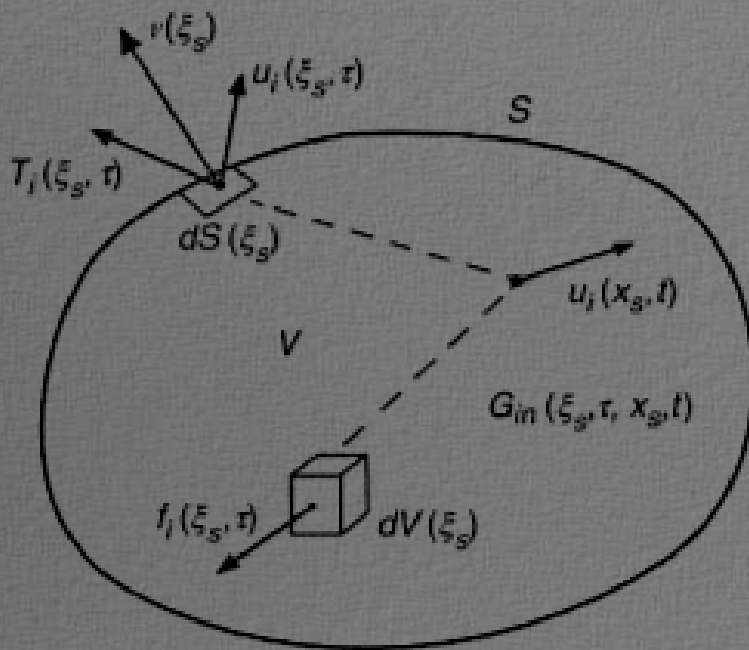
Twierdzenie o reprezentacji

rozwiązanie *explicite* dla zadanego człony źródłowego (F_i)

funkcja Green's: $(\rho\delta_{ik}\partial_t^2 + \partial_j\tau_{ij}) G_{ik} = e_k\delta(\mathbf{r}, \mathbf{t})$

$$\begin{aligned}
 u_n(x_s, t) &= \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_V \textcolor{red}{f}_i(\xi, t') G_{ni}(\xi, t'; x_s, t) d\xi \\
 &+ \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_S G_{ni}(\xi, t'; x_s, t) \textcolor{red}{T}_i(\xi, t') d\xi \\
 &- \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_S C_{ijkl} \textcolor{red}{u}_i(\xi, t') G_{nk,l}(\xi, t'; x_s, t) n_j(\xi) d\xi
 \end{aligned}$$

Interpretacja - modelowanie



Mając $f_i, T|_{\Sigma}, u|_{\Sigma}$ można **jednoznacznie** wyznaczyć $u(\mathbf{x})$

Interpretacja - problem odwrotny

Czy znając $u(\mathbf{x}, t)$ możemy wyznaczyć źródło jednoznacznie ?

NO!

Trzy **równoważne** klasy rozwiązań:

1. f_i - siły ekwiwalentne (metoda intuicyjna)
2. $u|_{\Sigma}$ - kinematyczny (modele dyslokacyjne)
3. $T|_{\Sigma}$ - dynamiczne (spadek naprężeń, siły tarcia, itp.)

Model sił ekwiwalentnych

Przybliżenie punktowego źródła: $L \ll \lambda$, $L \ll R$

$$u_n(x_r, t) = \int_{-\infty}^{\infty} f_i(x_s, t') G_{ni}(x_s, t'; x_r, t) dt'$$

Siły ścinające (DC)

$$u_n(x_r, t) = (e_k^s e_j^n + e_j^s e_k^n) \int_{-\infty}^{\infty} M(t') \frac{\partial G_{nk}(x_s - x_r, t - t')}{\partial x_j} dt'$$

Równoważność modeli

Model kinematyczny:

$$u_n(x_s, t) = \int_{-\infty}^{\infty} (e_k^s e_j^n + e_j^s e_k^n) \underbrace{\mu S \Delta u(t')}_{M_o(t')} G_{nk,j}(x_s, t'; x_r, t) dt'$$

Model sił ekwiwalentnych:

$$u_n(x_r, t) = (e_k e_j + e_j e_k) \int_{-\infty}^{\infty} M(t') G_{nk,j}(x_s, t'; x_r, t) dt'$$

Para sił $\equiv$ źródło dyslokacji ścinającej

Pole dalekie - ośrodek jednorodny

Tensor momentu sejsmicznego

$$M_{ij}(t) = (e_k^s e_j^n + e_j^s e_k^n) \mu S \Delta u(t) = (e_k^s e_j^n + e_j^s e_k^n) M_o(t)$$

Funkcja źródła

$$M_{ij}(t) = m_{ij} M_o S(t)$$

Rozwiązanie

$$u_i(x_s, t) = \frac{M_o}{4\pi\rho v_p^3 r} \gamma_i \gamma_j \gamma_k m_{jk} \dot{S}(t - r/v_p)$$

Tensor momentu sejsmicznego

Założenia:

- ♦ źródło - proces nieelastyczny w skończonej objętości
- ♦ sumaryczna suma sił i ich momentów wynosi zero
- ♦ brak sił zewnętrznych ($F_i = 0$)

Naprężenia σ_{ij}

$$\sigma_{ij} = \tau_{ij} + m_{ij}$$

Tensor momentu sejsmicznego

Równanie falowe

$$\rho \ddot{u}_i = \partial_j \tau_{ij}$$

Uogólnienie

$$\rho \ddot{u}_i = \partial_j \sigma_{ij}$$

$$\rho \ddot{u}_i = \partial_j \tau_{ij} - \underbrace{\partial_j m_{ij}}_{F_i}$$

Tensor momentu sejsmicznego reprezentuje naprężenia odpowiedzialne za procesy w źródle

Tensor momentu sejsmicznego

Tensor momentu sejsmicznego m_{ij} reprezentuje ogólne punktowe źródło

$$u_i = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{V_o} F_i(\xi, t') G_{ni}(\xi, t'; x_s, t) dV_\xi$$

Rozwinięcie Taylora:

$$G_{ik}(\xi_n) = G_{ik}(0) + \xi_j \frac{\partial G_{ik}}{\partial \xi_j} + O(\xi^2)$$

Tensor momentu sejsmicznego

$$u_i = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{V_o} \xi_j F_k G_{ik,j}(\xi, t'; x_s, t) dV_\xi$$

zerowa suma sił:

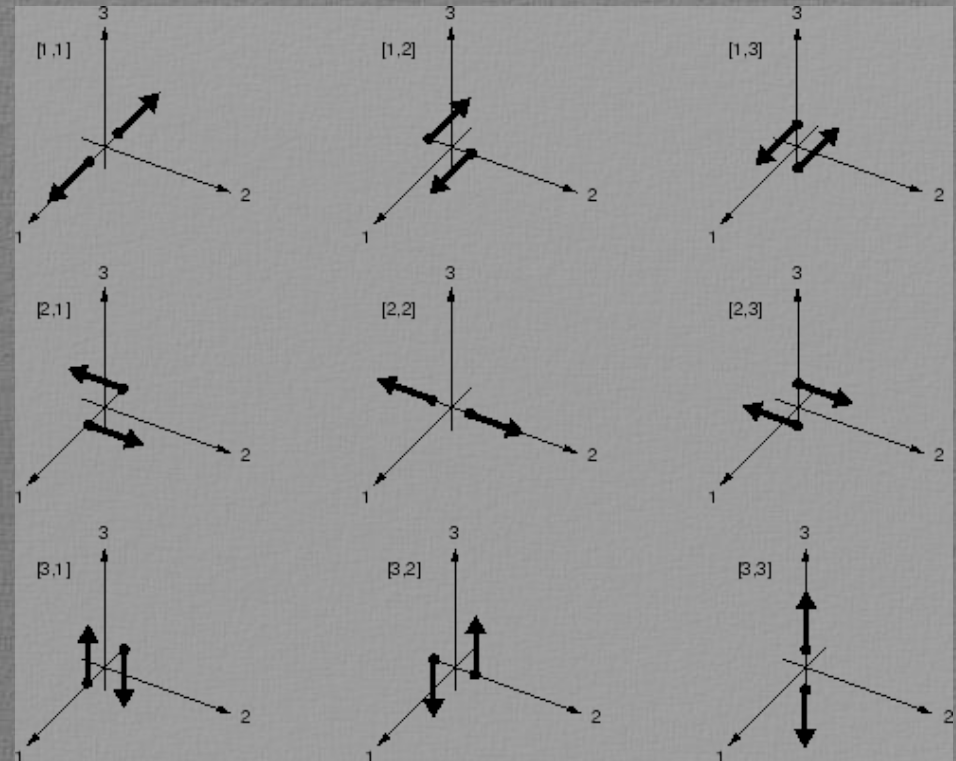
$$\int_{V_o} F_k(\xi) G_{ik}(0, t'; x_s, t) dV_\xi = 0$$

$$u_i = \int_{-\infty}^{\infty} dt' \int_{V_o} \xi_j F_k G_{ik,j}(\xi, t'; x_s, t) dV_\xi$$

$$m_{ij} = \xi_i F_j$$

Tensor momentu sejsmicznego - interpretacja fizyczna

$$M_{ij} = \begin{pmatrix} \sigma_{xx} & \sigma_{xy} & \sigma_{xz} \\ \sigma_{yx} & \sigma_{yy} & \sigma_{yz} \\ \sigma_{zx} & \sigma_{zy} & \sigma_{zz} \end{pmatrix}$$



Tensor momentu sejsmicznego - składowa izotropowa

składowa izotropowa - zmiana objętości źródła

$$m_{ij}^I = \frac{1}{3} \text{Tr}(m_{ij}) \delta_{ij}$$

$$m_{ij}^I = \frac{1}{3}(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$$

Część dewiatoryczna - procesy bez zmiany objętości, np. ścinanie

$$m_{ij}^D = m_{ij} - m_{ij}^I$$

Tensor momentu sejsmicznego - składowa dewiatoryczna

$$m_{ij}^D = m_{ij}^{DC} + m_{ij}^{CL}$$

where

$$\det(m_{ij}^{DC}) = 0$$

Podwójna para sił (ściskanie)

$$m_{ij}^{CL} = m_{ij}^D - m_{ij}^{DC}$$

Skompensowana para sił (e.g. rozciąganie)

$$\mathbf{m} = \mathbf{m}^{ISO} + \mathbf{m}^{DC} + \mathbf{m}^{CL}$$

podział DC - CLVD

$$\mathbf{m}^D = \mathbf{m}^{DC} + \mathbf{m}^{CL}$$

$$\begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & \sigma_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}(\sigma_1 - \sigma_3) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{2}\sigma_2 & 0 & 0 \\ 0 & \sigma_2 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{2}\sigma_2 \end{pmatrix}$$

- ◆ DC - proces ścinania
- ◆ CLVD - otwieranie, zamykanie szczelin

Tensor momentu sejsmicznego - przykłady

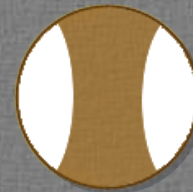
Wybuch (ISO)

$$m_{ij} = \left(\lambda + \frac{2}{3}\mu\right)\Delta u \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



Otwieranie szczeliny (CLVD)

$$m_{ij} = A(\lambda, \mu)\Delta u \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

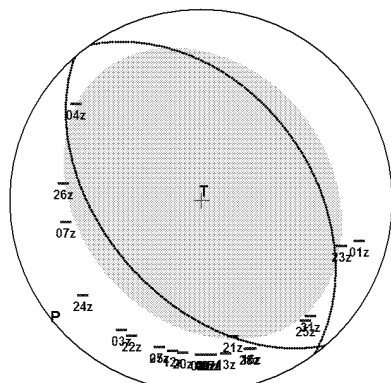


Ścinanie (DC)

$$m_{ij} = \mu\Delta u \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$



Inwersja tensor momentu sejsmicznego



Full solution

$M_{11} = -1,12\text{E}+13$ [Nm] $M_{12} = -7,81\text{E}+12$ [Nm] $M_{13} = +4,04\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{21} = -7,81\text{E}+12$ [Nm] $M_{22} = -1,50\text{E}+13$ [Nm] $M_{23} = +1,37\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{31} = +4,04\text{E}+12$ [Nm] $M_{32} = +1,37\text{E}+12$ [Nm] $M_{33} = +4,54\text{E}+13$ [Nm]

Rupture time: 50,7[ms]
 Seismic moment: $3,59\text{E}+13$ [Nm]
 Total seismic moment: $4,06\text{E}+13$ [Nm]
 Error: $6,77\text{E}+11$ [Nm]
 Seismic moment magnitude: 3,0

Decomposition:
 EXPL: 18,8 CLVD: 33,9 DBCP: 47,4

Nodal planes:
 1: 139,0/48,1 2: 324,2/42,0

Axes (trend/plunge):
 P: 231/3 T: 11/86 B: 141/3

Quality factor: 68
 Classification: Reverse fault

Trace-null solution

$M_{11} = -1,41\text{E}+13$ [Nm] $M_{12} = -1,00\text{E}+13$ [Nm] $M_{13} = -3,05\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{21} = -1,00\text{E}+13$ [Nm] $M_{22} = -1,24\text{E}+13$ [Nm] $M_{23} = -1,63\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{31} = -3,05\text{E}+12$ [Nm] $M_{32} = -1,63\text{E}+12$ [Nm] $M_{33} = +2,65\text{E}+13$ [Nm]

Rupture time: 50,7[ms]
 Seismic moment: $2,35\text{E}+13$ [Nm]
 Total seismic moment: $2,53\text{E}+13$ [Nm]
 Error: $7,07\text{E}+11$ [Nm]
 Seismic moment magnitude: 2,9

Decomposition:
 CLVD: 13,5 DBCP: 86,5

Nodal planes:
 1: 310,9/48,9 2: 134,2/41,2

Axes (trend/plunge):
 P: 42/4 T: 199/86 B: 312/2

Quality factor: 72
 Classification: Reverse fault

Double couple solution

$M_{11} = -1,29\text{E}+13$ [Nm] $M_{12} = -1,16\text{E}+13$ [Nm] $M_{13} = -2,78\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{21} = -1,16\text{E}+13$ [Nm] $M_{22} = -1,04\text{E}+13$ [Nm] $M_{23} = -1,59\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{31} = -2,78\text{E}+12$ [Nm] $M_{32} = -1,59\text{E}+12$ [Nm] $M_{33} = +2,33\text{E}+13$ [Nm]

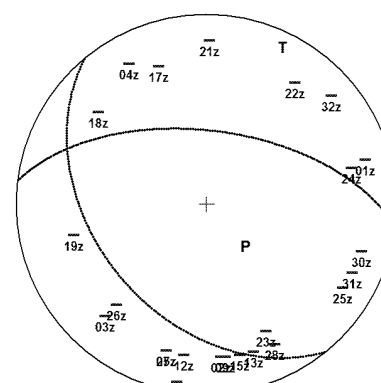
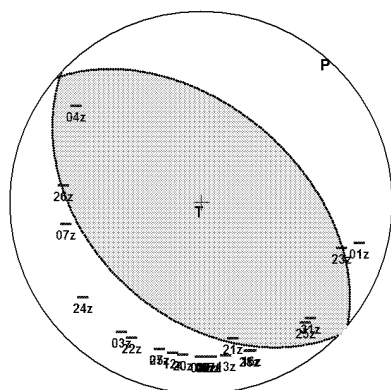
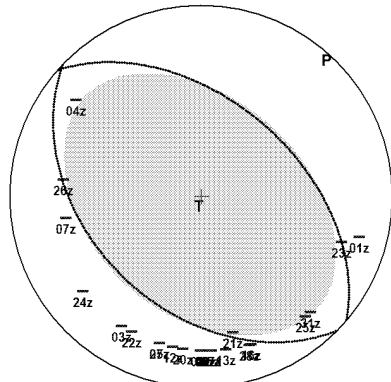
Rupture time: 50,7[ms]
 Seismic moment: $2,35\text{E}+13$ [Nm]
 Total seismic moment: $2,35\text{E}+13$ [Nm]
 Error: $7,50\text{E}+11$ [Nm]
 Seismic moment magnitude: 2,9

Decomposition:
 DBCP: 100,0

Nodal planes:
 1: 310,4/48,9 2: 133,7/41,2

Axes (trend/plunge):
 P: 42/4 T: 199/86 B: 312/2

Quality factor: 54
 Classification: Reverse fault



Full solution

$M_{11} = -1,30\text{E}+12$ [Nm] $M_{12} = +1,08\text{E}+12$ [Nm] $M_{13} = +1,95\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{21} = +1,08\text{E}+12$ [Nm] $M_{22} = -2,07\text{E}+12$ [Nm] $M_{23} = -1,53\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{31} = +1,95\text{E}+12$ [Nm] $M_{32} = -1,53\text{E}+12$ [Nm] $M_{33} = -6,98\text{E}+12$ [Nm]

Rupture time: 39,7[ms]
 Seismic moment: $5,89\text{E}+12$ [Nm]
 Total seismic moment: $7,70\text{E}+12$ [Nm]
 Error: $5,14\text{E}+11$ [Nm]
 Seismic moment magnitude: 2,5

Decomposition:
 EXPL: -30,3 CLVD: -14,4 DBCP: 55,3

Nodal planes:
 1: 276,9/58,2 2: 140,7/40,6

Axes (trend/plunge):
 P: 137/65 T: 26/9 B: 292/23

Quality factor: 65
 Classification: Normal fault

Trace-null solution

$M_{11} = -1,55\text{E}+12$ [Nm] $M_{12} = +1,52\text{E}+12$ [Nm] $M_{13} = +2,21\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{21} = +1,52\text{E}+12$ [Nm] $M_{22} = -4,81\text{E}+12$ [Nm] $M_{23} = +3,07\text{E}+10$ [Nm]
 $M_{31} = +2,21\text{E}+12$ [Nm] $M_{32} = +3,07\text{E}+10$ [Nm] $M_{33} = +6,36\text{E}+12$ [Nm]

Rupture time: 39,7[ms]
 Seismic moment: $5,46\text{E}+12$ [Nm]
 Total seismic moment: $6,34\text{E}+12$ [Nm]
 Error: $6,09\text{E}+11$ [Nm]
 Seismic moment magnitude: 2,5

Decomposition:
 CLVD: 27,2 DBCP: 72,8

Nodal planes:
 1: 36,7/60,8 2: 188,3/42,8

Axes (trend/plunge):
 P: 113/4 T: 8/75 B: 204/14

Quality factor: 67
 Classification: Reverse fault

Double couple solution

$M_{11} = -4,55\text{E}+11$ [Nm] $M_{12} = +1,99\text{E}+12$ [Nm] $M_{13} = +1,52\text{E}+12$ [Nm]
 $M_{21} = +1,99\text{E}+12$ [Nm] $M_{22} = -4,61\text{E}+12$ [Nm] $M_{23} = -1,85\text{E}+11$ [Nm]
 $M_{31} = +1,52\text{E}+12$ [Nm] $M_{32} = -1,85\text{E}+11$ [Nm] $M_{33} = +5,07\text{E}+12$ [Nm]

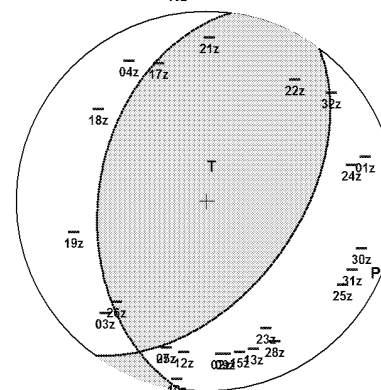
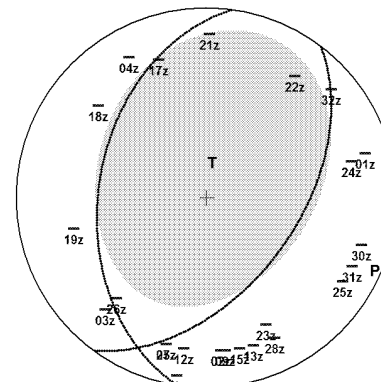
Rupture time: 39,7[ms]
 Seismic moment: $5,46\text{E}+12$ [Nm]
 Total seismic moment: $5,46\text{E}+12$ [Nm]
 Error: $7,22\text{E}+11$ [Nm]
 Seismic moment magnitude: 2,5

Decomposition:
 DBCP: 100,0

Nodal planes:
 1: 36,1/60,8 2: 187,7/42,8

Axes (trend/plunge):
 P: 113/4 T: 7/75 B: 204/14

Quality factor: 49
 Classification: Reverse fault



Dziękuję za uwagę