

Elementy współczesnej teorii inwersji

Wprowadzenie

W. Dębski

13.11.2014

Plan wykładu

- ◆ Literatura i materiały pomocnicze
- ◆ Wprowadzenie
 - ★ Zagadnienia modelowania
 - ★ Zagadnienia odwrotne
- ◆ Zagadnienia odwrotne - różne spojrzenia
 - ★ inwersja jako estymacja parametrów
 - ★ pomiary bezpośrednie i pośrednie
 - ★ inwersja czyli metoda wnioskowania

Literatura

- ◆ A. Tarantola, **Inverse Problem Theory and Methods for Model Parameter Estimation**, SIAM, 2005 (dostępna elektronicznie)
- ◆ W. Menke, **Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory**, 1989
- ◆ M. Sen and P. L. Stoffa **Global Optimization methods in Geophysical Inversion**, 1995
- ◆ A. Tarantola, **Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation**, Elsevier, 1987
- ◆ W. Dębski, **Application of Monte Carlo techniques for solving selected seismological inverse problems**, Publ. Inst. Geophys., 2004
- ◆ W. Dębski, **Probabilistic Inverse Theory**, Advances in Geophys., 2010

Dwa typy zagadnień

◆ Zrozumienie zachodzącego procesu fizycznego, chemicznego, geologicznego, itp. umożliwiające przewidywanie zachowania się systemu, a więc jego **jakościowe** modelowanie.

◆ Ilościowy opis obiektu fizycznego, chemicznego, i ilościowe wyznaczenie wielkości fizycznych opisujący obiekt pozwalające na realistyczne **(ilościowe)** wyznaczanie jego zachowania.

Modelowanie: fale sejsmiczne

$$\rho \frac{\partial^2 u^i}{\partial t^2} - \partial_j \sigma^{ij} = S^i(\mathbf{r}, t)$$

$$\epsilon_{kl} = 1/2(\partial_k u_l + \partial_l u_k)$$

$$\sigma^{ij} = c^{ijkl} \epsilon_{kl}$$

Modelowanie: Fale EM w atmosferze

$$\nabla \times \vec{E} - \frac{\partial \vec{B}}{\partial t} = 0$$

$$\nabla \times \vec{H} = \vec{j} + \frac{\partial \vec{D}}{\partial t}$$

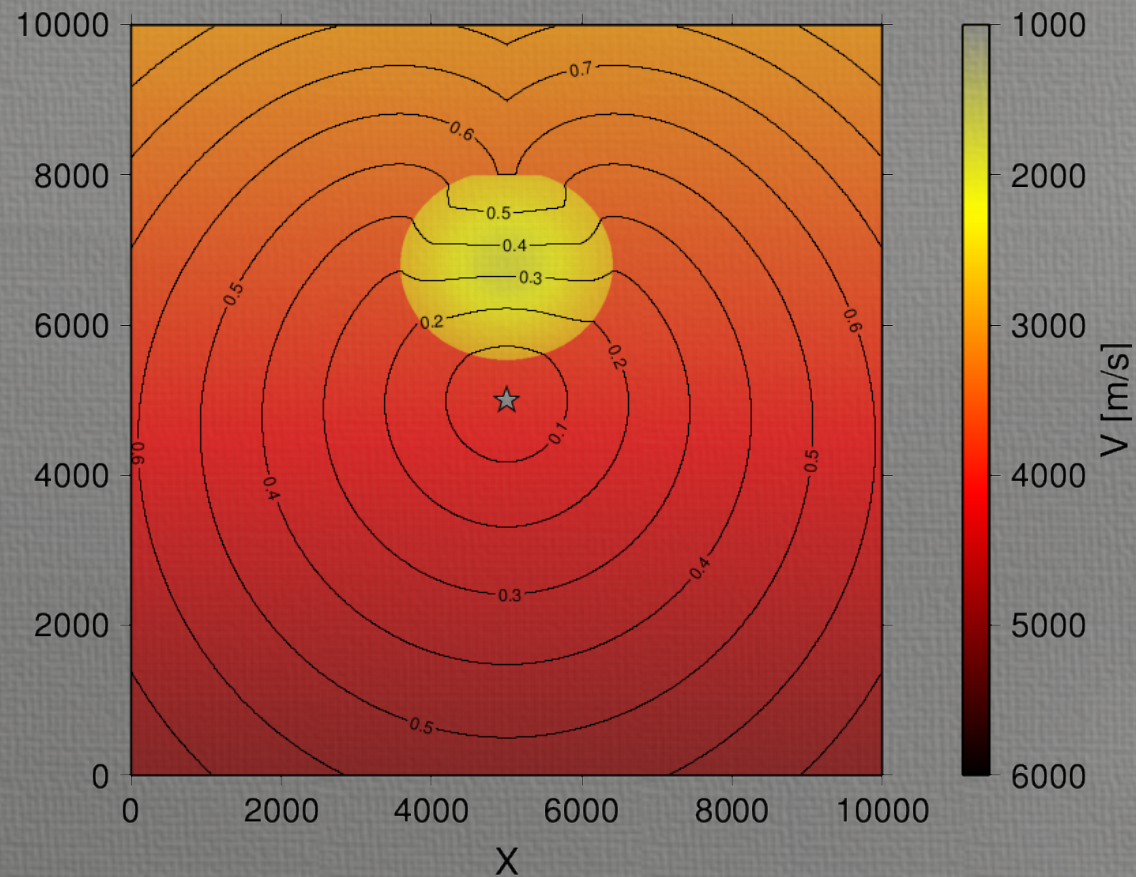
$$\nabla \cdot \vec{D} = 4\pi\rho + \nabla \cdot \vec{j}$$

$$\nabla \cdot \vec{B} = 0$$

$$\vec{B} = \mu(\vec{r}, t) \vec{H}$$

$$\vec{D} = \epsilon(\vec{r}, t) \vec{E}$$

Modelowanie: Interferencja fal



Opis ilościowy modeli

Ilościowy opis obiektu fizycznego, chemicznego, i ilościowe wyznaczenie wielkości fizycznych opisujący obiekt pozwalające na realistyczne (ilościowe) wyznaczanie jego zachowania.

Matematyczny opis modelu

System fizyczny:

$$p_1, p_2, \dots p_K$$

Parametry układu:

$$\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots m_M)$$

Przewidywane mierzalne wielkości:

$$\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots d_N)$$

Parametry “ustalone” (znane *a priori*):

$$\mathbf{m}^{fix} = (u_1, u_2, \dots)$$

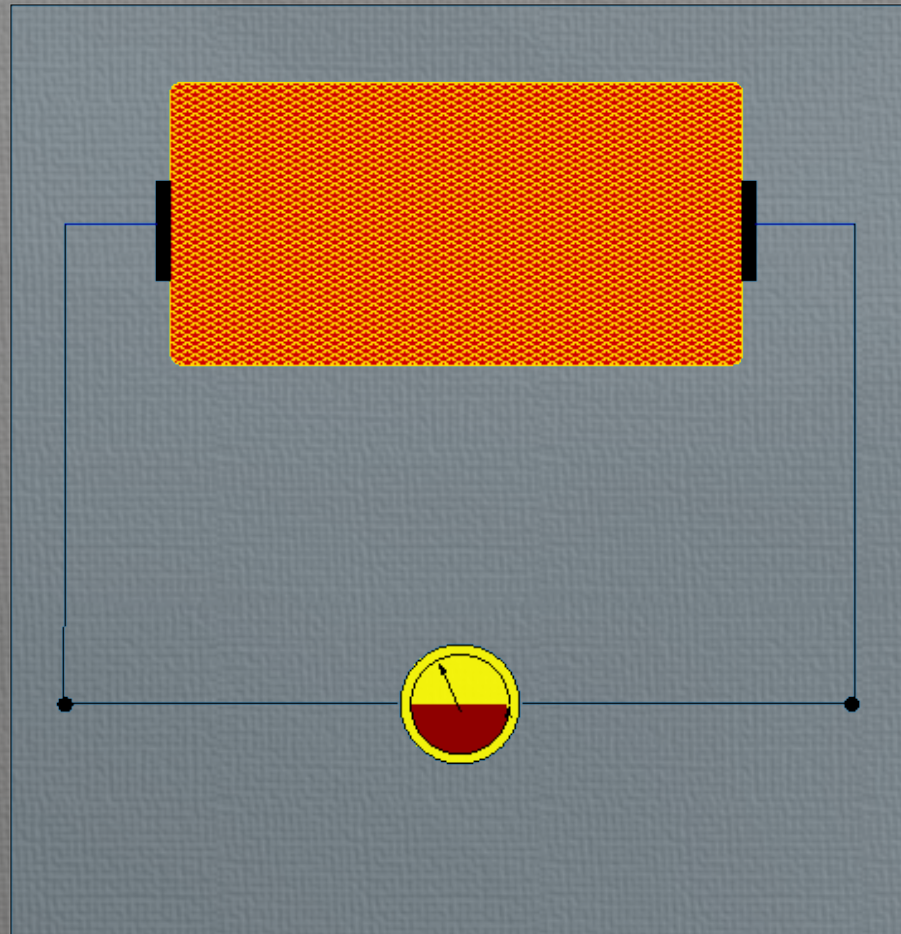
Modelowanie:

$$\mathbf{d}^{th} = f(\mathbf{m}, \mathbf{m}^{fix})$$

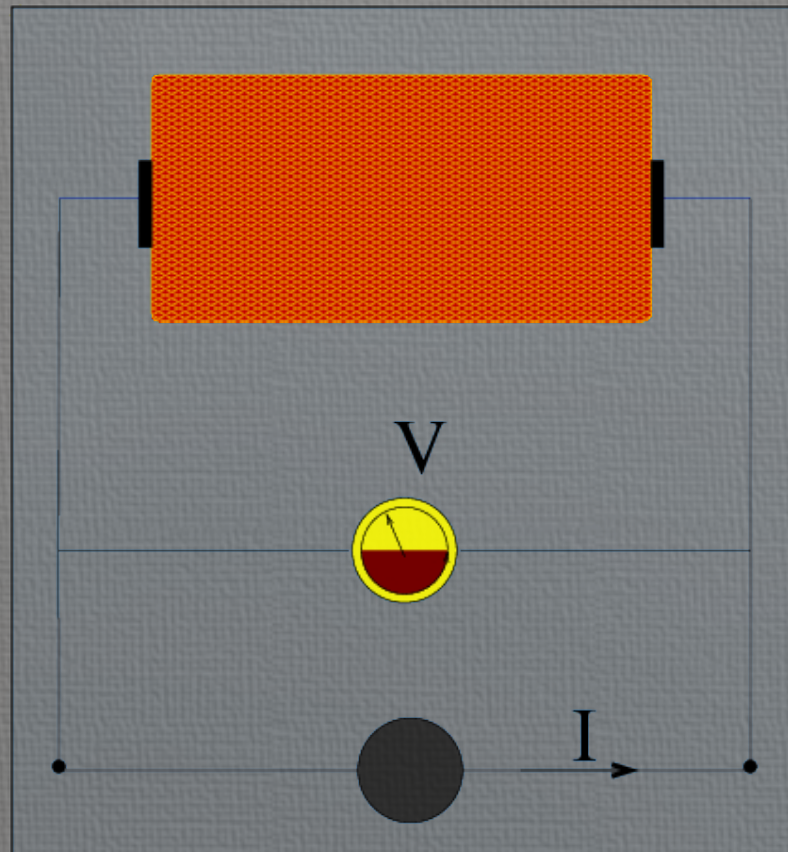
Inwersja :

$$\mathbf{m} = \dots \pm \dots$$

Pomiary: bezpośrednie i pośrednie



Pomiary: bezpośrednie i pośrednie



Data: V

Theory (Ohm law + ...)

$$V = I \rho + n(\rho, \dot{\rho})$$

A priori

$$1 < \rho < 10$$

Pomiary Bezpośrednie i pośrednie

Zliczenia:

- ◆ zdarzenia
- ◆ liczba, np. cząstek
- ◆ wielkości zkwantowane

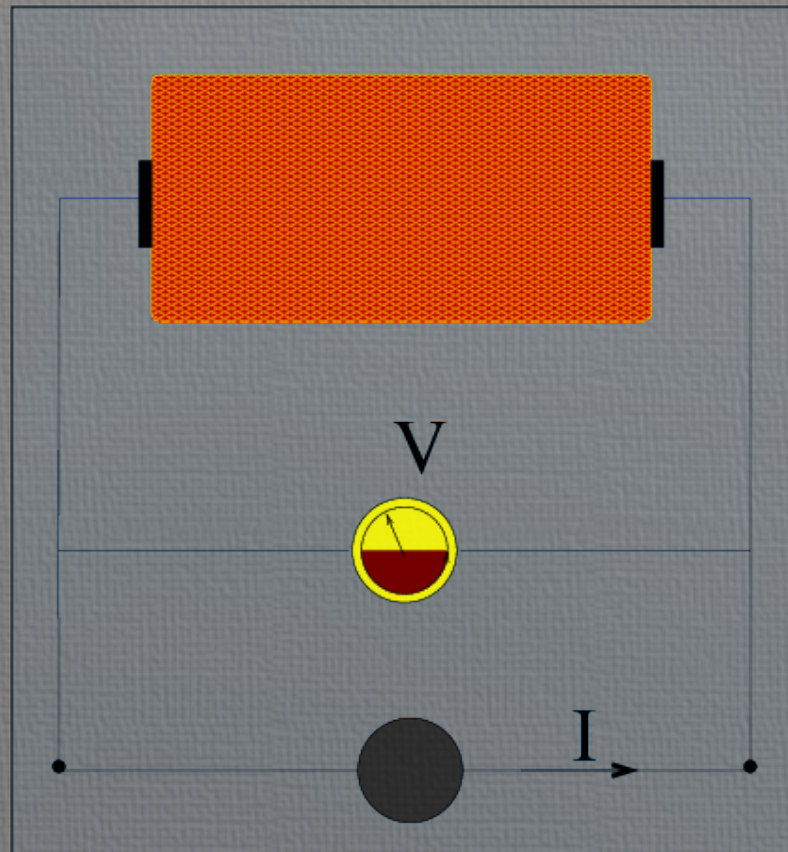
Zliczanie jednostek :

- ◆ masa
- ◆ jasność
- ◆ temperatura

Wielkości niemierzalne bezpośrednio:

- ◆ masa ziemi, gwiazd, itp.
- ◆ rozkład temperatury w ziemi
- ◆ masa cząstek elementarnych

Pomiary: bezpośrednie i pośrednie



Data: V

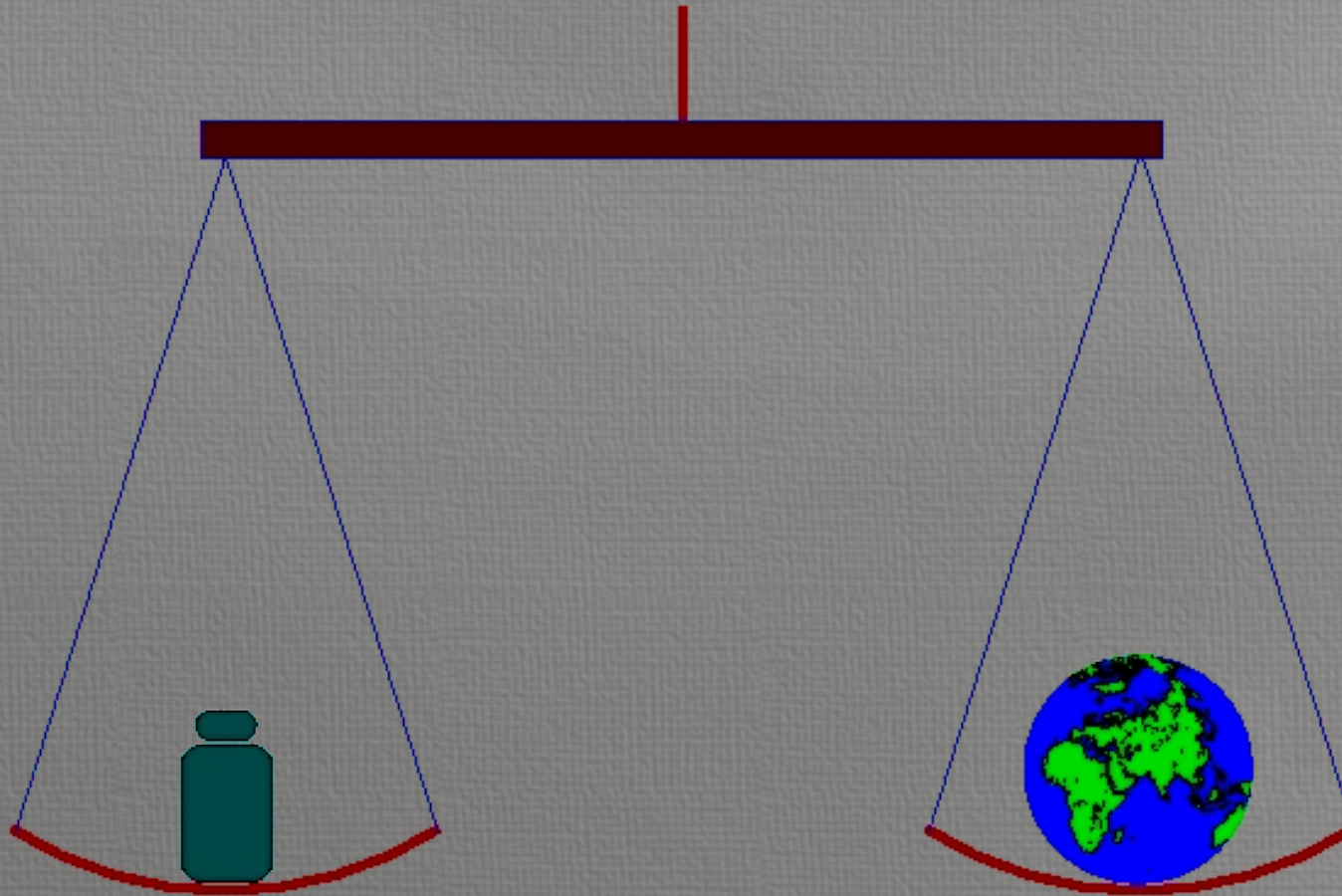
Theory (Ohm law + ...)

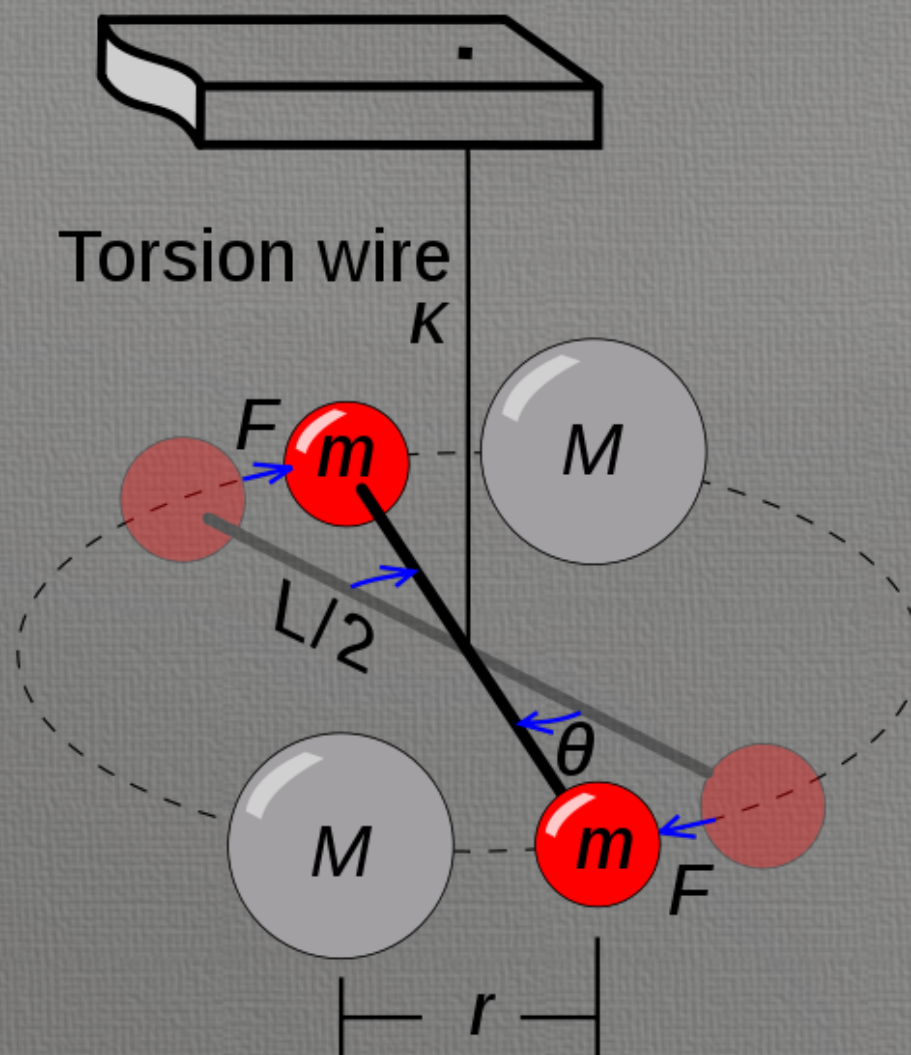
$$V = I \rho + n(\rho, \dot{\rho})$$

A priori

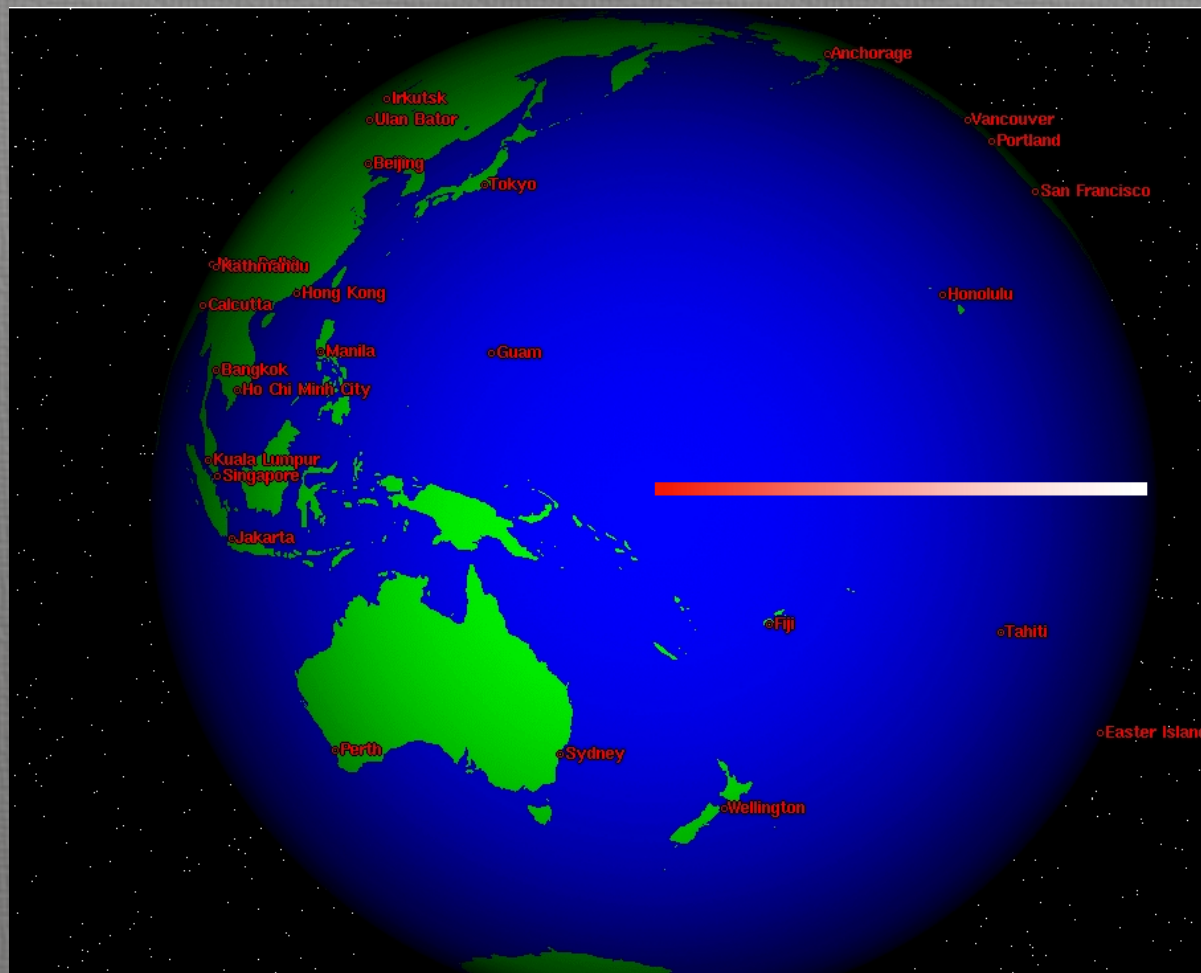
$$1 < \rho < 10$$

Przykład A: - masa Ziemi

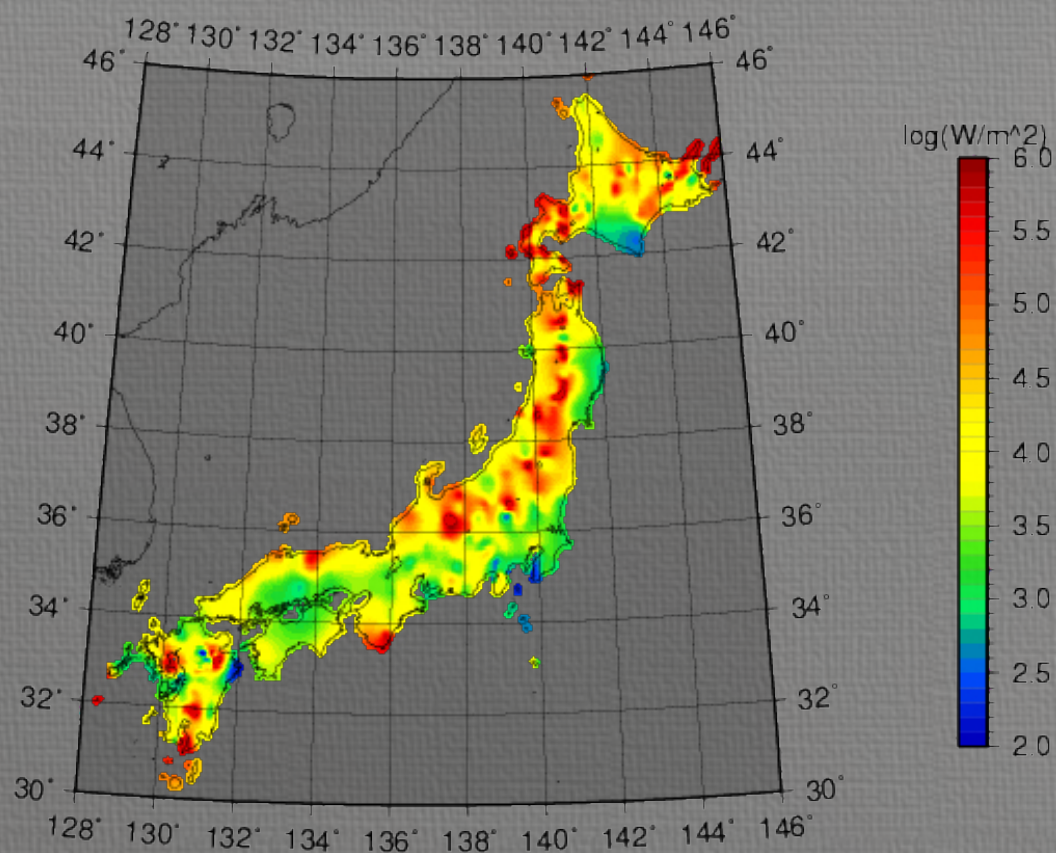




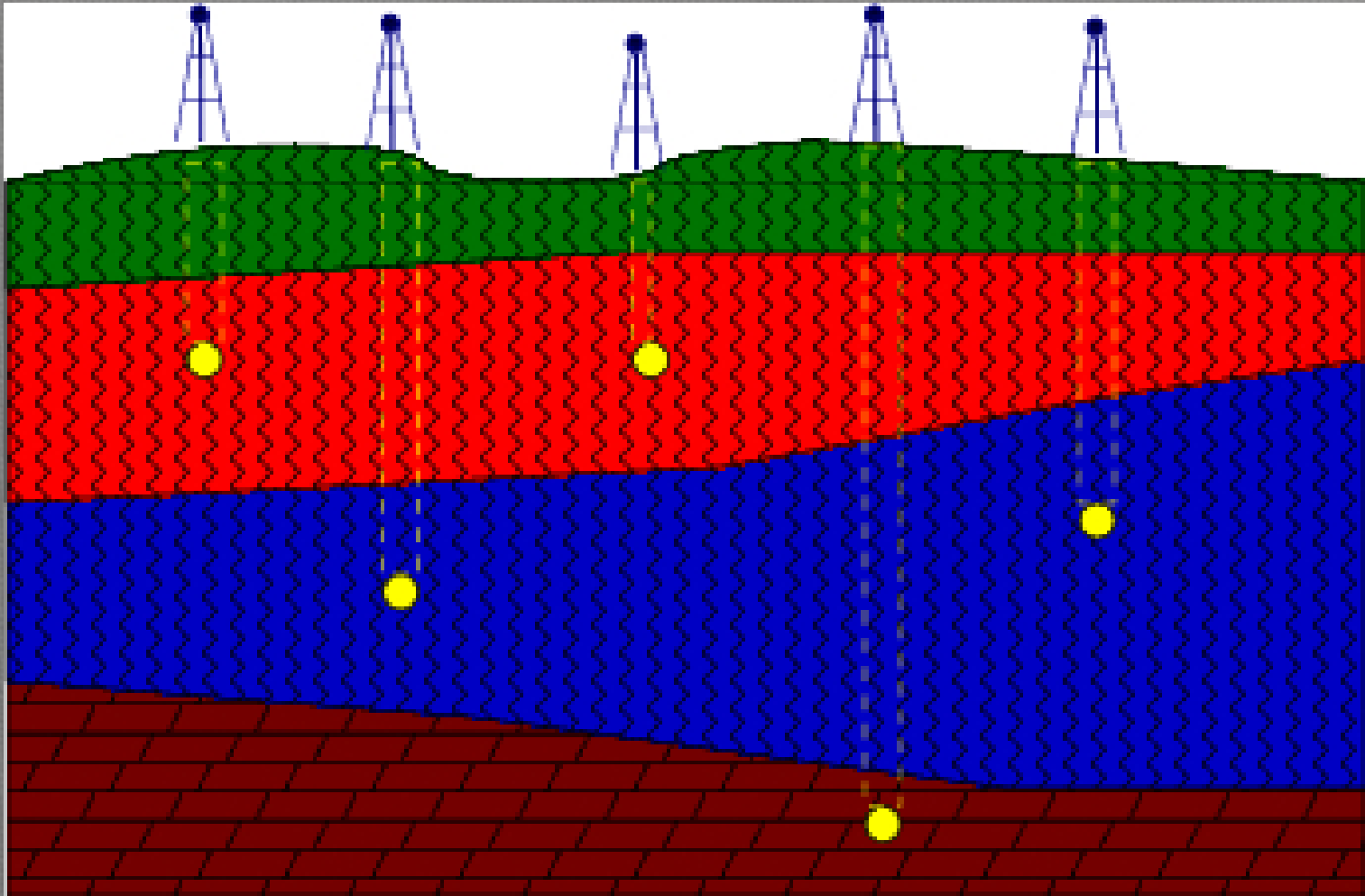
Przykład B: rozkład temperatury wewnątrz Ziemi

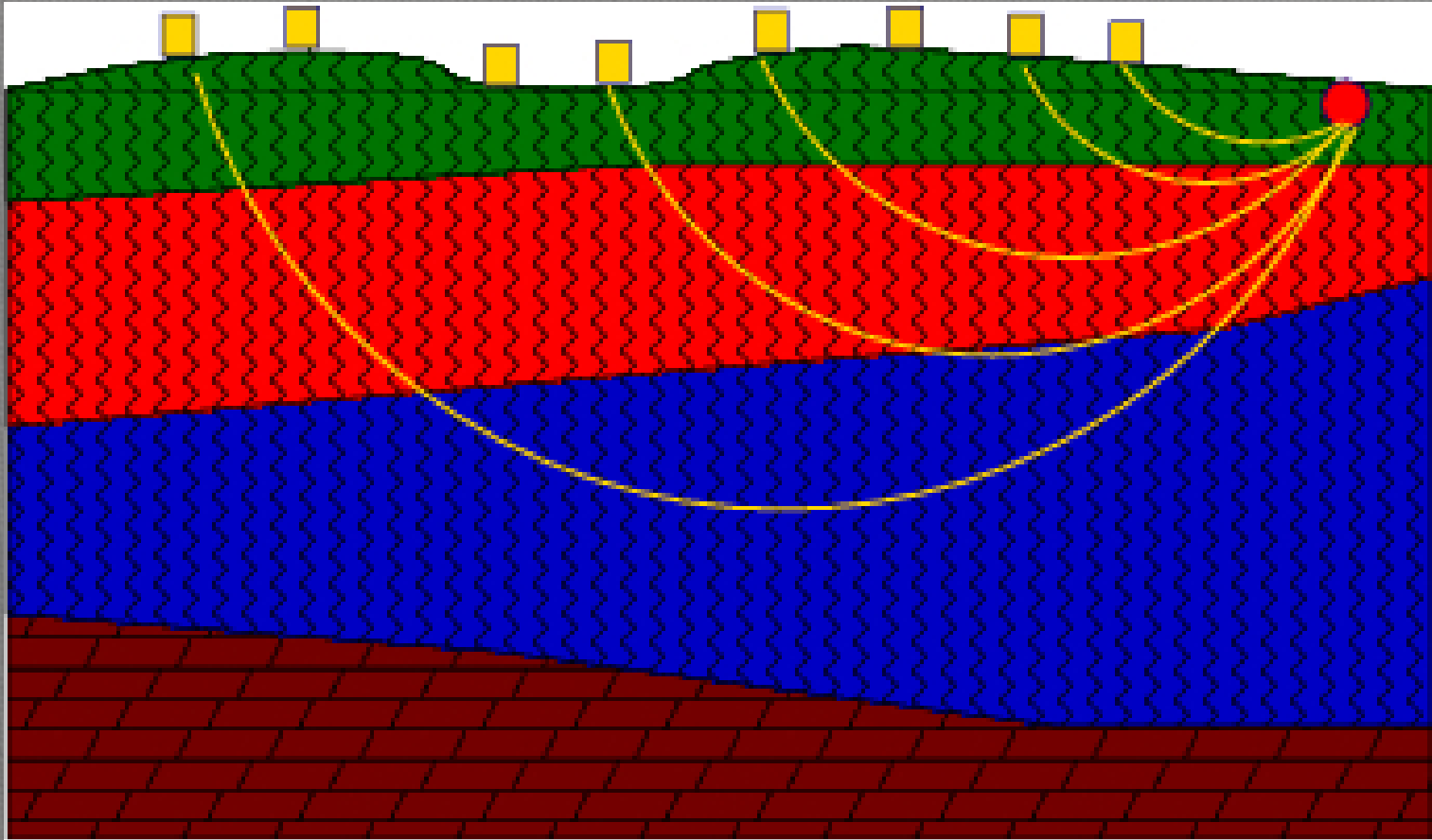


Heatflow

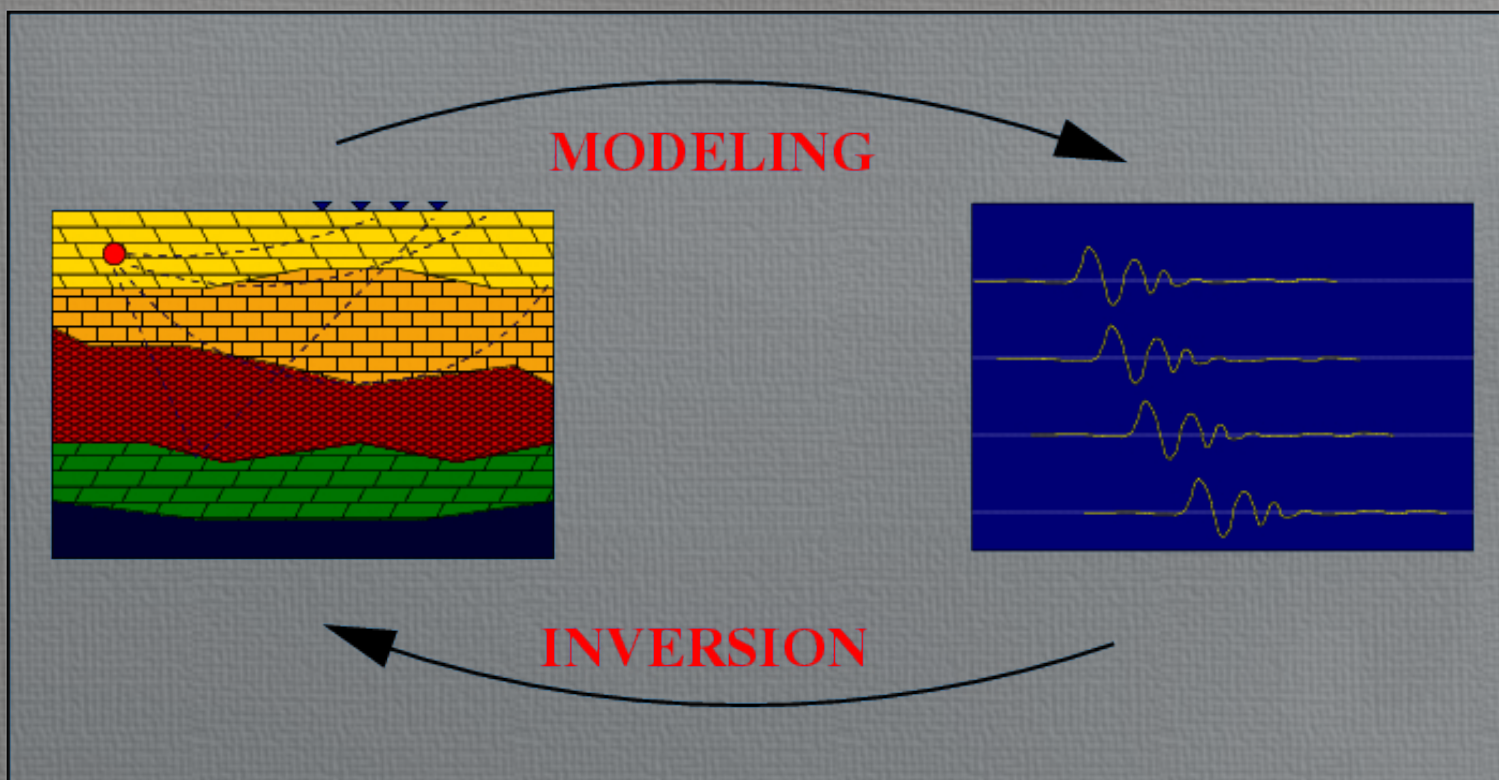


Przykład C: budowa wnętrza Ziemi



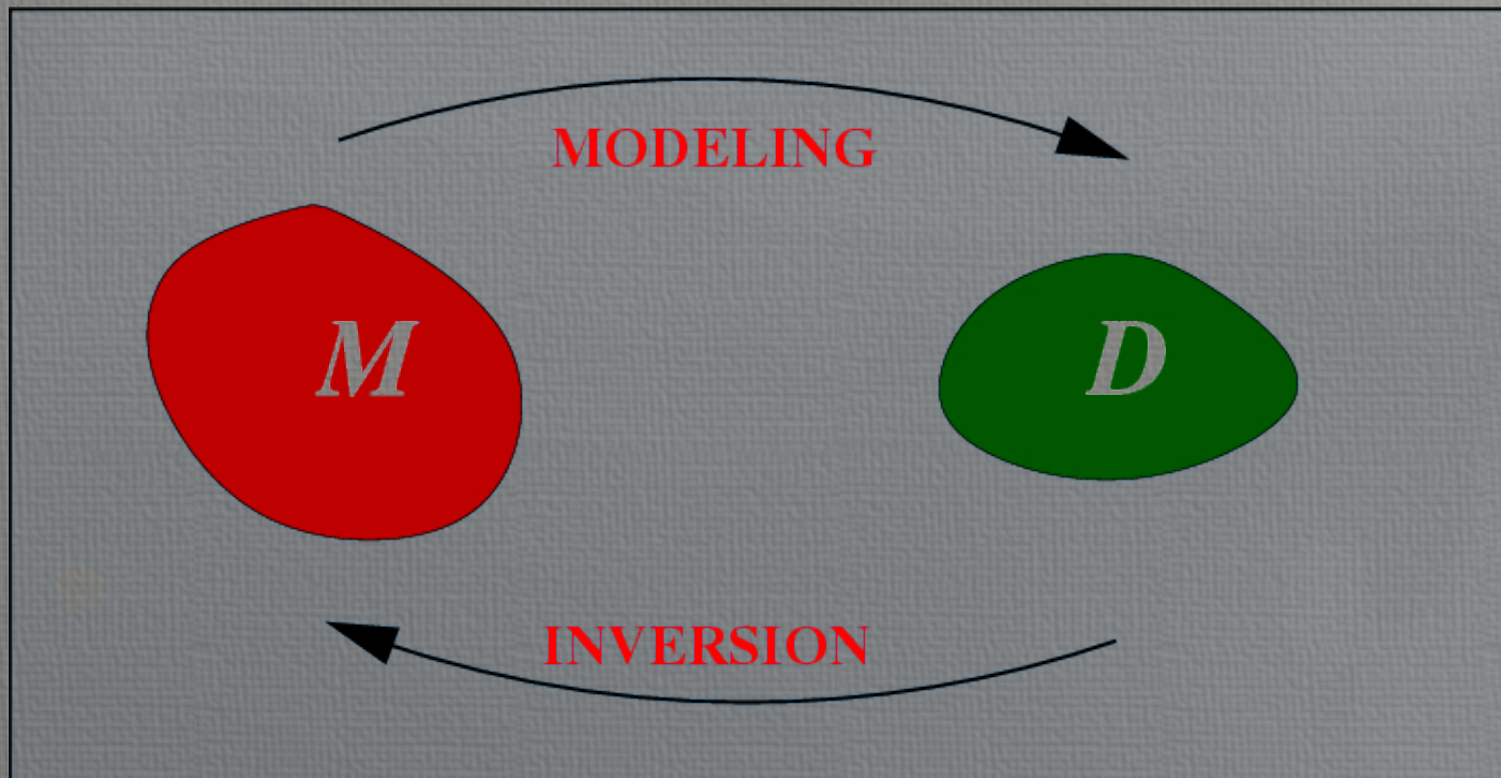


Dwa zagadnienia: modelowanie i inwersja



Zagadnienia modelowania i inwersji

uogólnienie



Zagadnienia odwrotne - estymacja parametrów (pomiar pośrednie)

Modelowanie:

$$\mathbf{m} \longrightarrow \mathbf{d}^{th} = \mathbf{G}(\mathbf{m})$$

Inwersja:

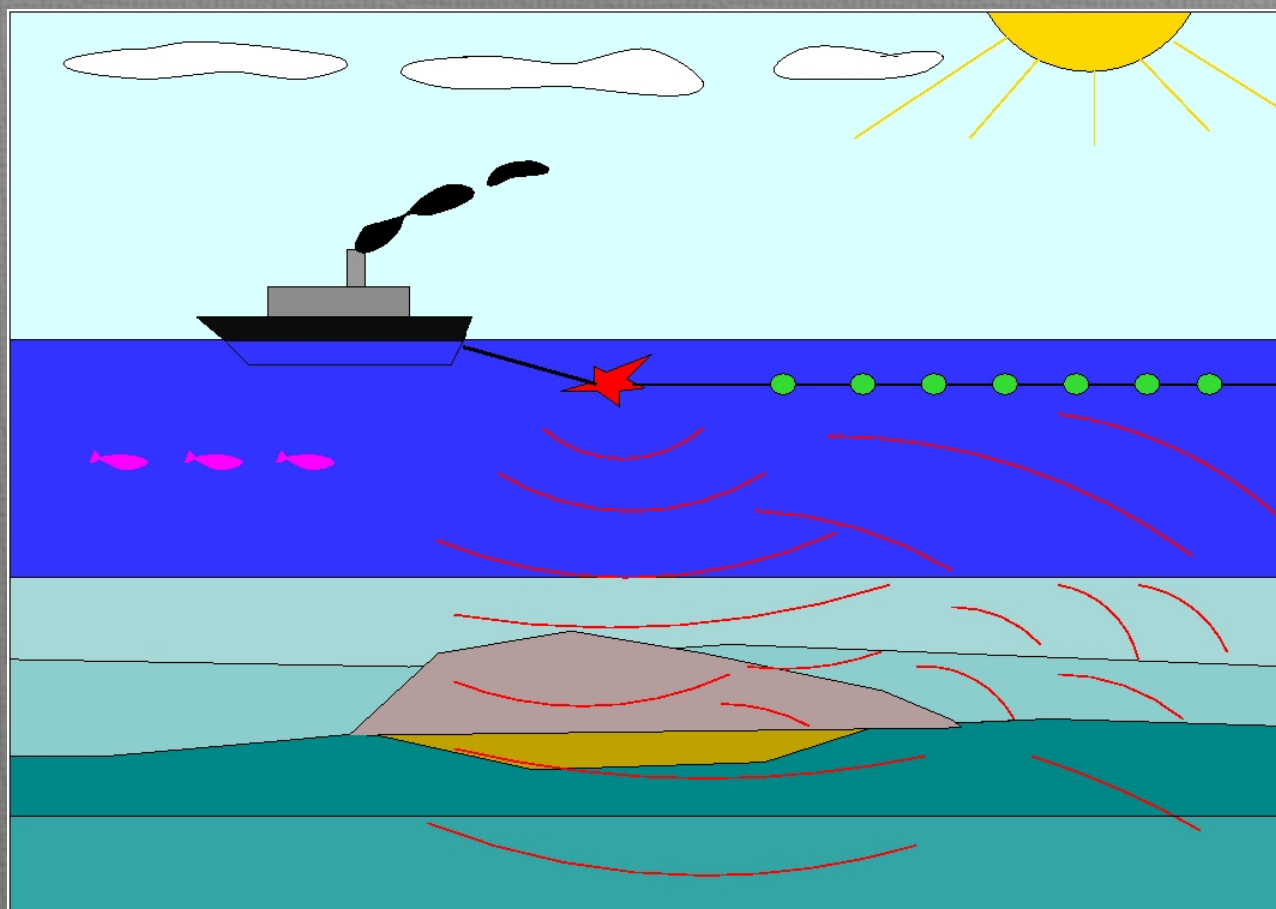
$$\mathbf{d}^{obs} \longrightarrow \mathbf{m}^{est}$$

Inwersja - łączenie informacji

(Wnioskowanie)



Przykład: jaką wybrać parametryzację



Zagadnienie odwrotne (najczęściej)

zagadnienie odwrotne



pomiar pośredni

(estymacja parametrów)

Zagadnienie odwrotne (ogólnie)

zagadnienie odwrotne



proces wnioskowania

