

Metody inwersyjne w geofizyce

W. Dębski

debski@igf.edu.pl

www.igf.edu.pl/~debski/

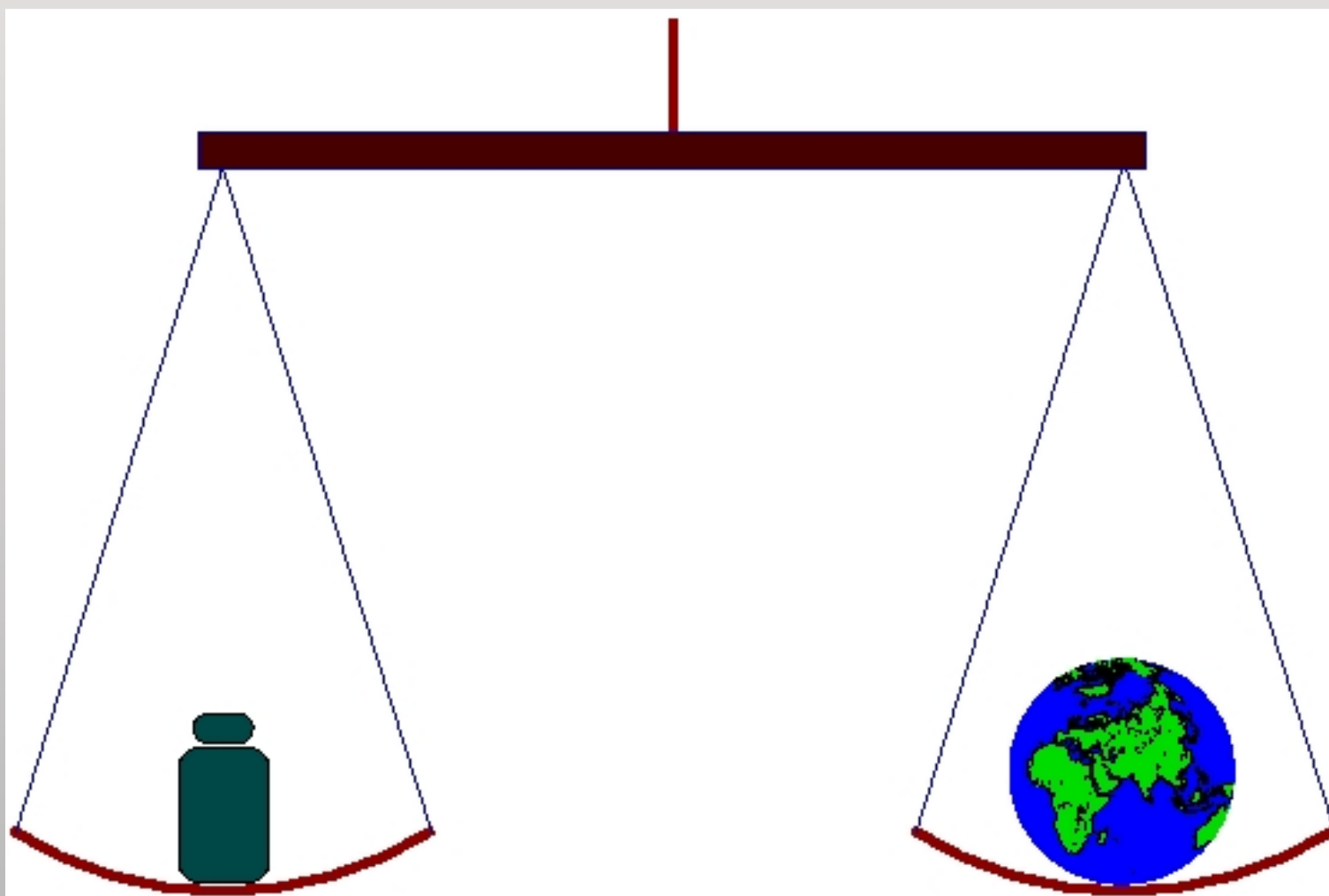
Plan wykładu

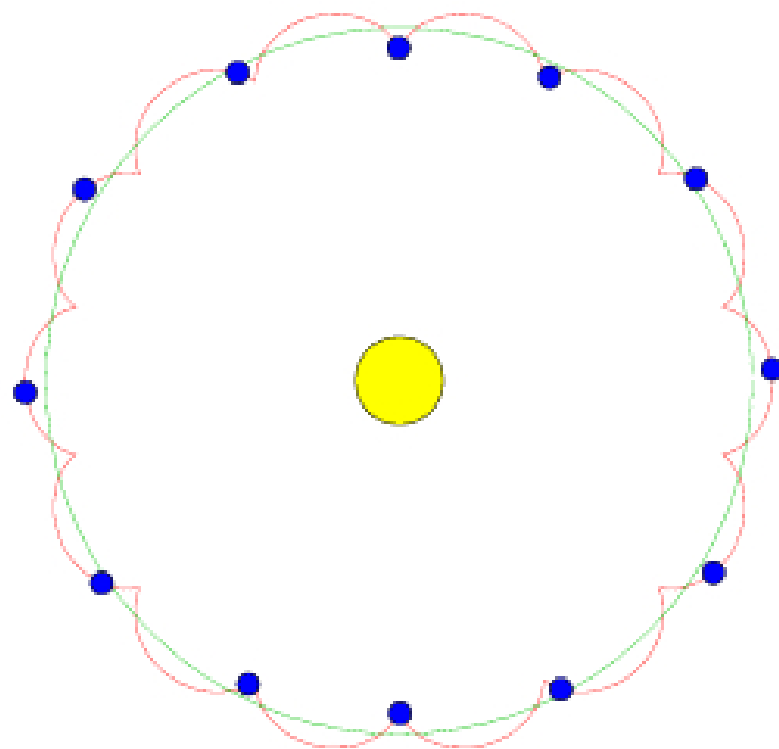
- Wprowadzenie
 - ★ Zagadnienia modelowania
 - ★ Zagadnienia odwrotne
- Zagadnienia odwrotne - różne spojrzenia
 - ★ inwersja jako estymacja parametrów
 - ★ pomiary bezpośrednie i pośrednie
 - ★ inwersja czyli metoda wnioskowania
- Przykłady
 - ★ lokalizacja trzęsień ziemi
 - ★ tomografia sejsmiczna
 - ★ inwersja anomalii pola grawitacyjnego
 - ★ metoda elektryczno-oporowa

Dwa typy zagadnień

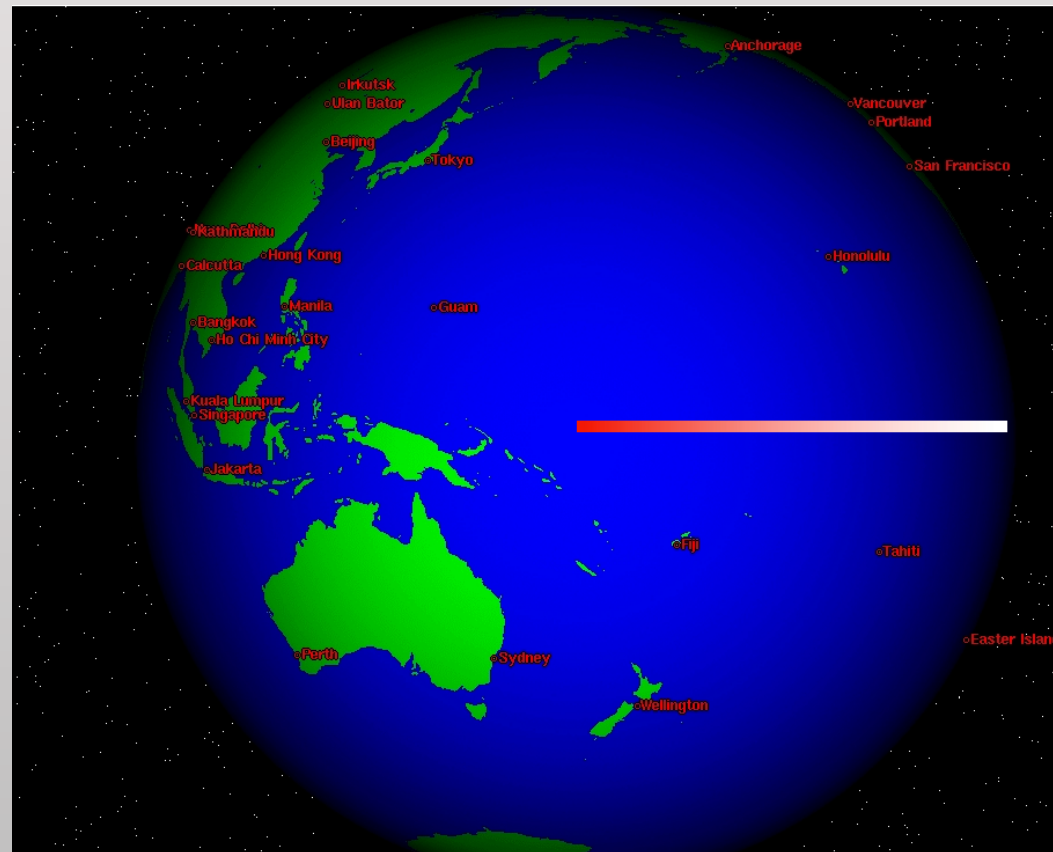
1. Zrozumienie zachodzącego procesu fizycznego, chemicznego, geologicznego, itp. umożliwiające przewidywanie zachowania się systemu a więc jego **jakościowe** modelowanie.
2. Ilościowy opis obiektu fizycznego, chemicznego, i ilościowe wyznaczenie wielkości fizycznych opisujący obiekt pozwalające na realistyczne (**ilościowe**) wyznaczanie jego zachowania.

Przykład A: - masa Ziemi

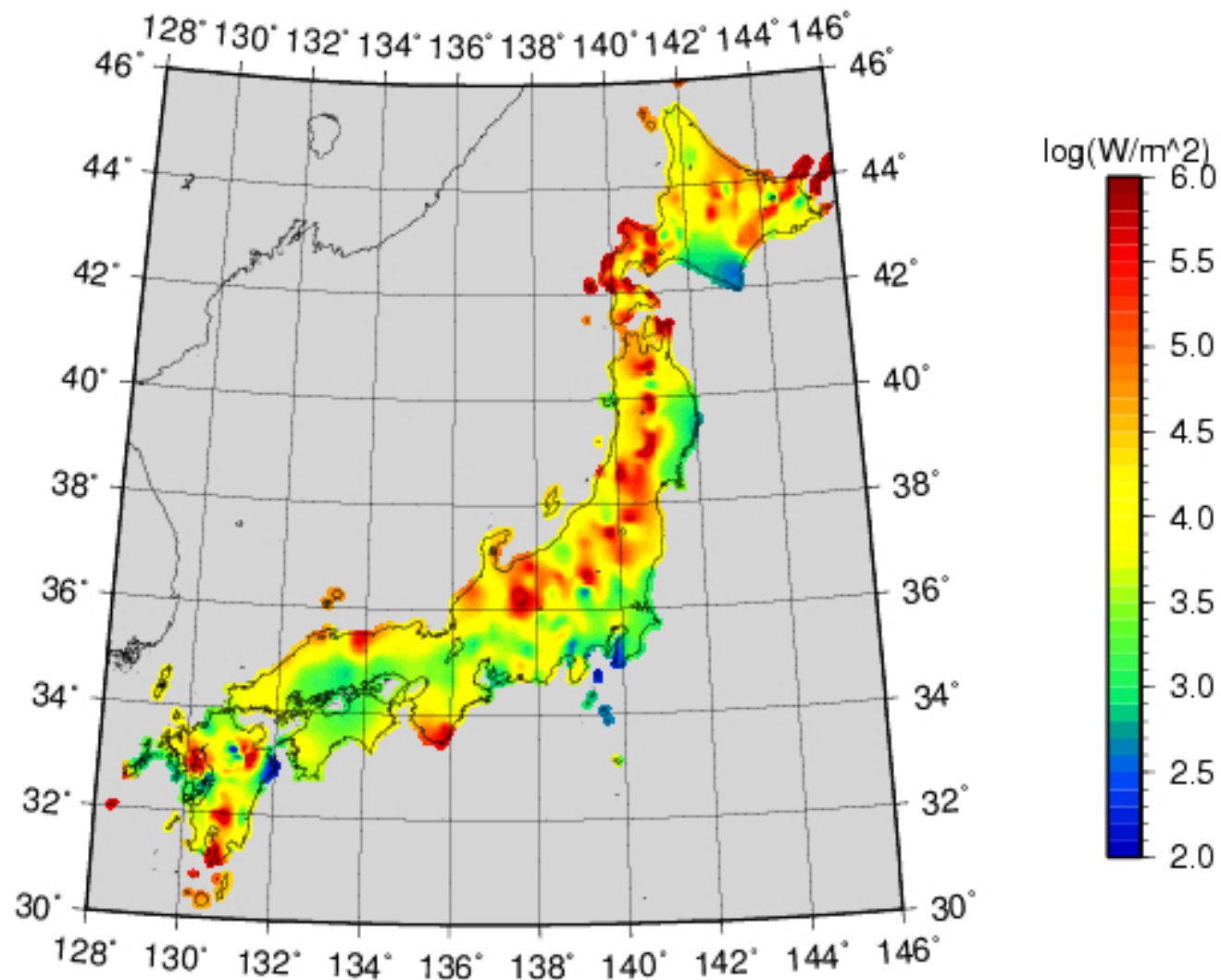




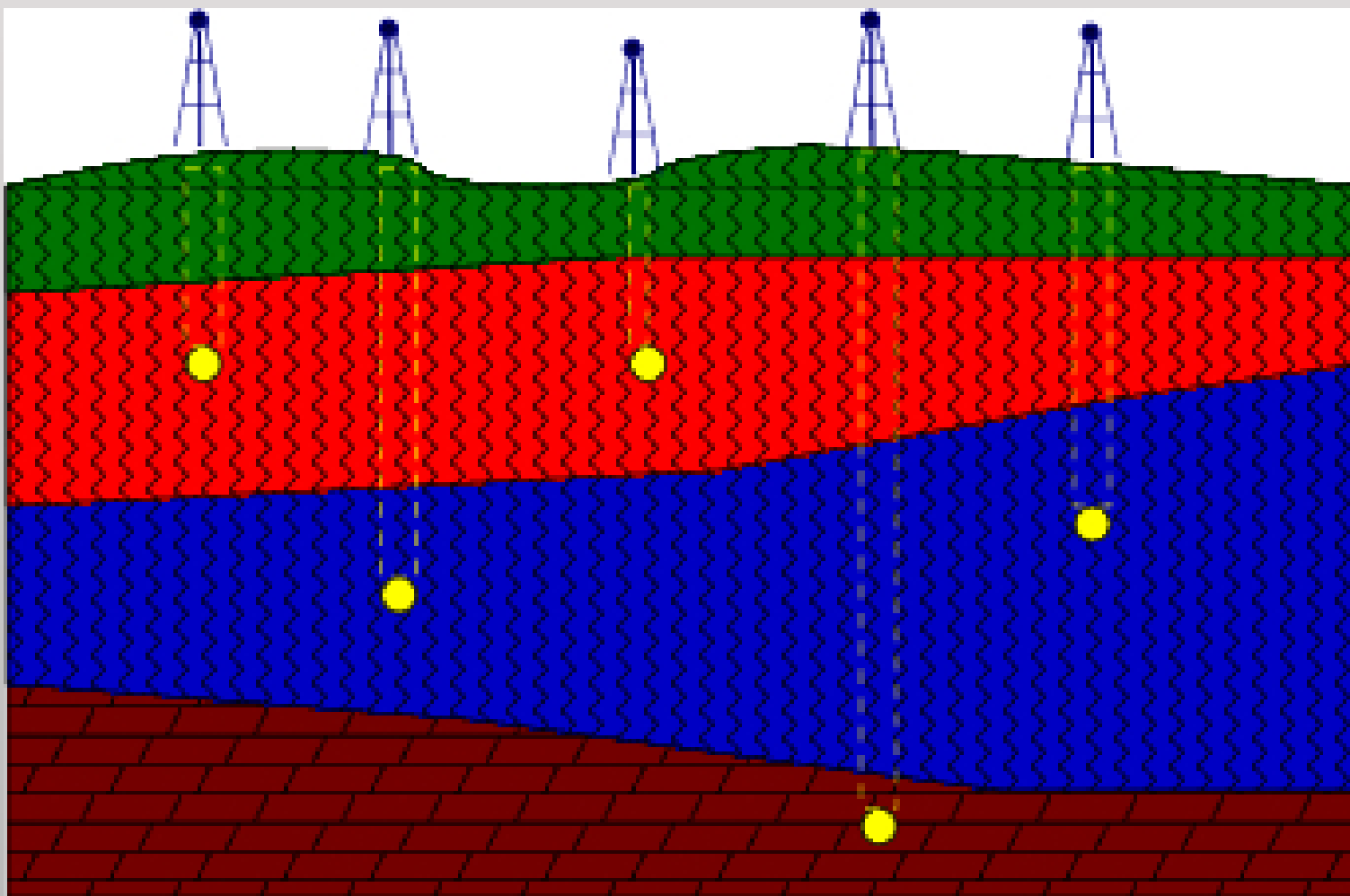
Przykład B: rozkład temperatury wewnątrz ziemi

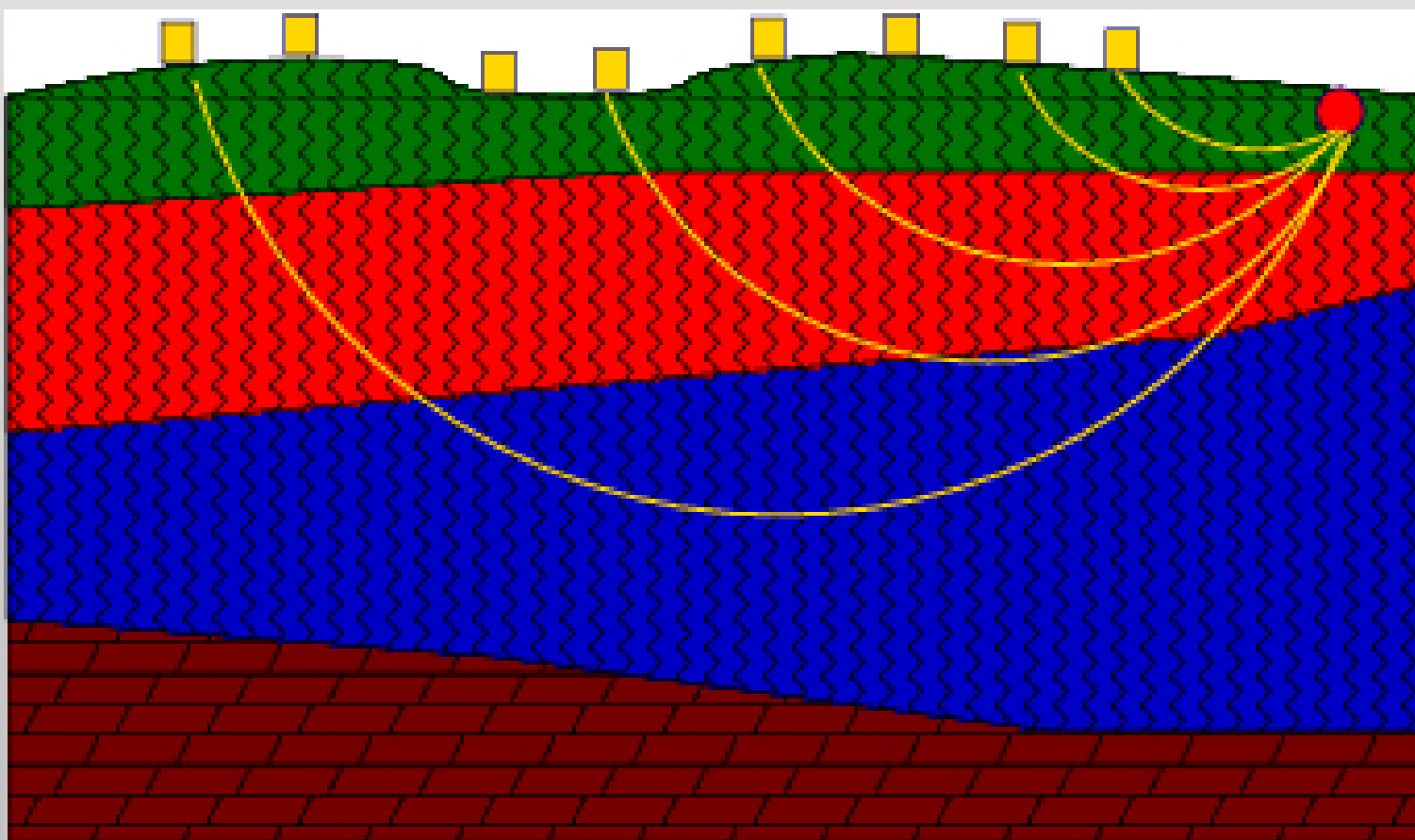


Heatflow

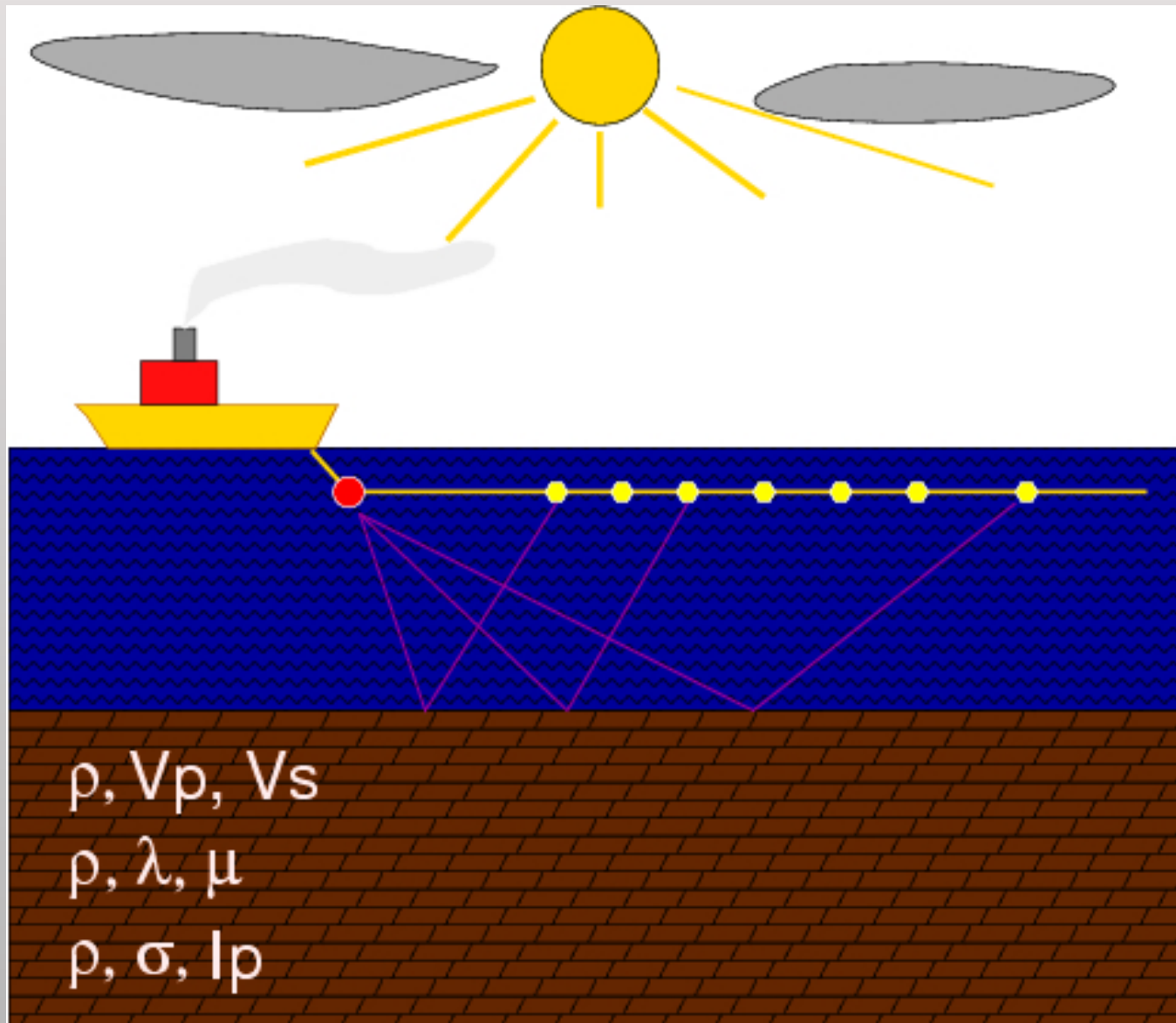


Przykład C: budowa wnętrza Ziemi

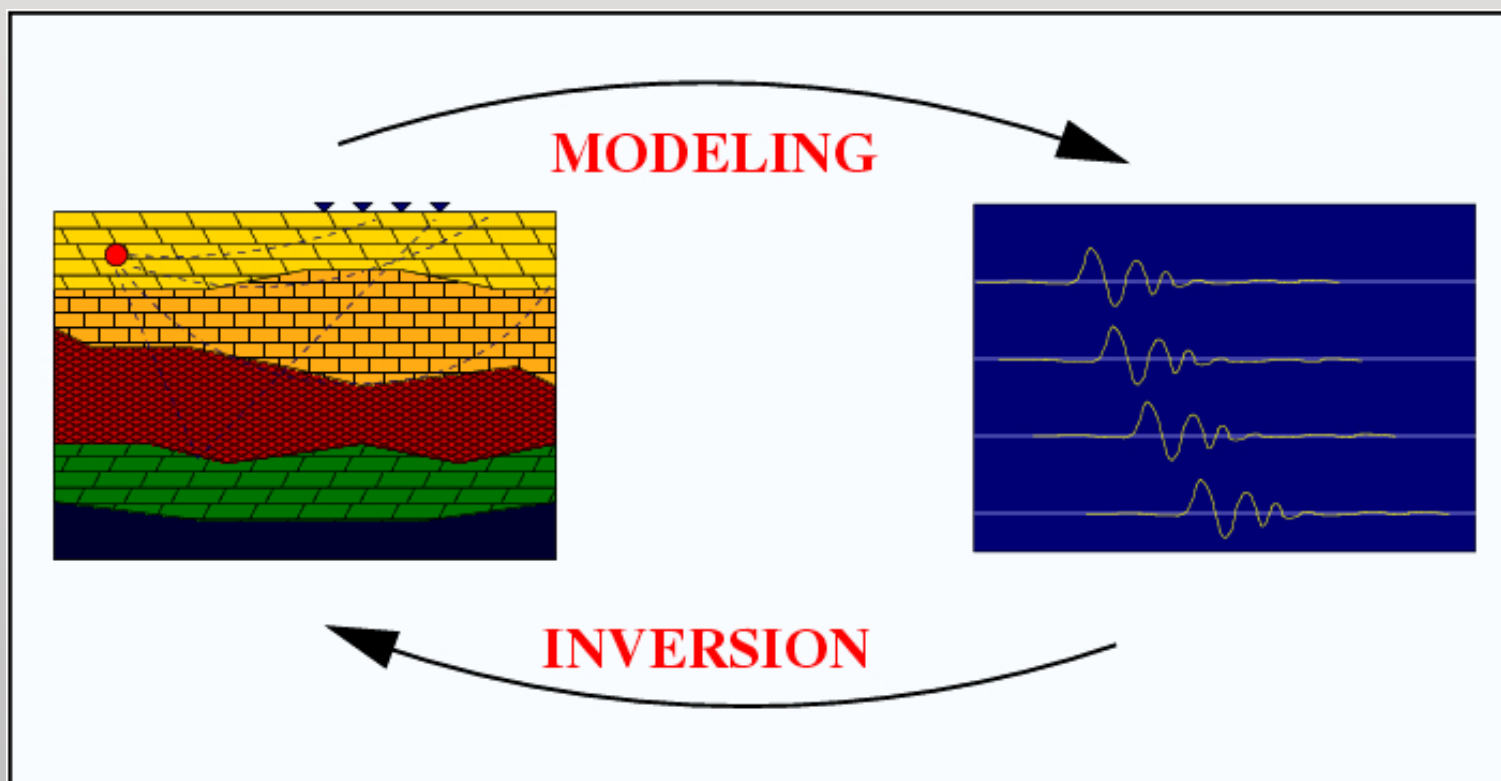




Przykład D: jaką wybrać parametryzację

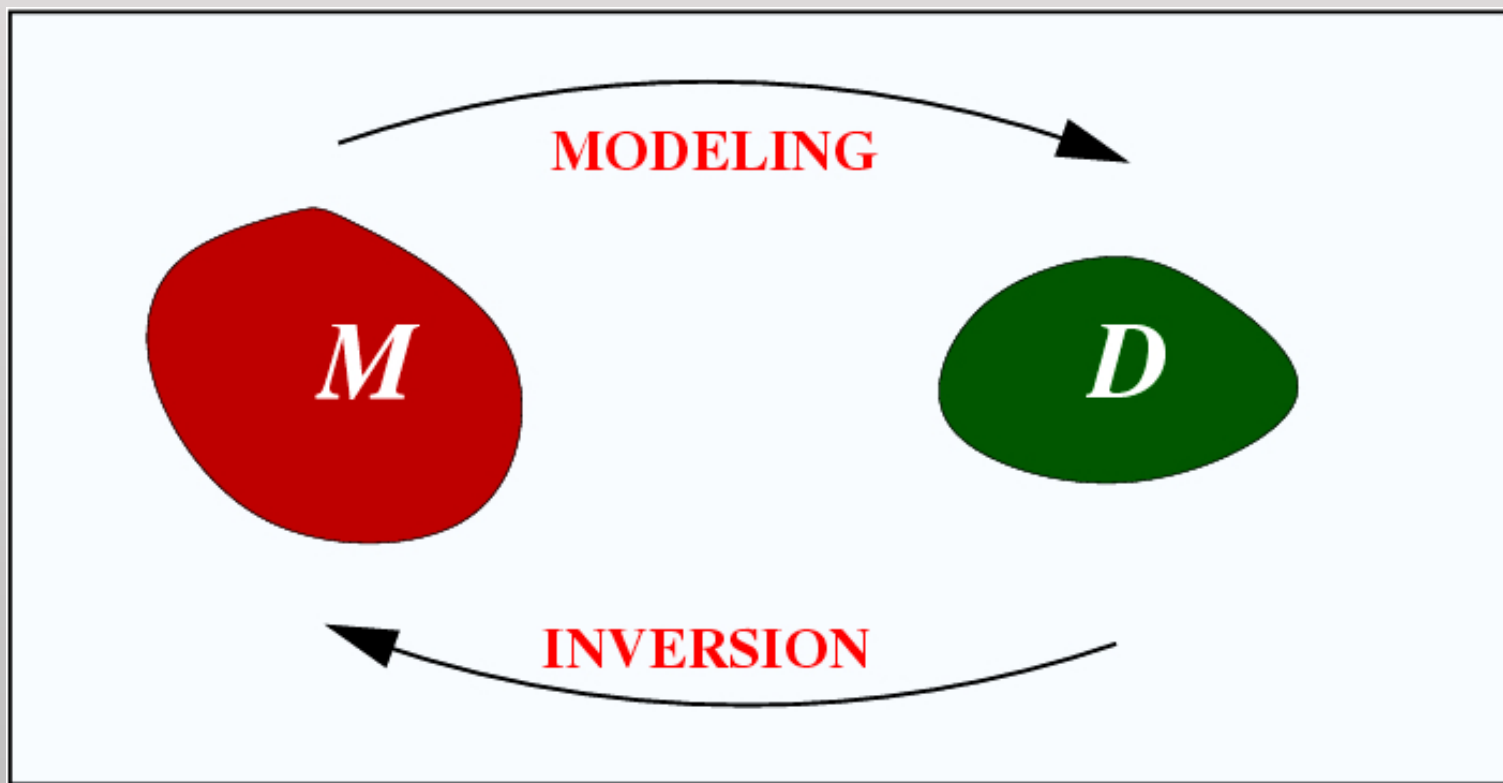


Zagadnienia modelowania i inwersji



Zagadnienia modelowania i inwersji

uogólnienie



Zagadnienia odwrotne - estymacja parametrow

Modelowanie:

$$\mathbf{m} \longrightarrow \mathbf{d}^{th} = \mathbf{G}(\mathbf{m})$$

Inwersja:

$$\mathbf{d}^{obs} \longrightarrow \mathbf{m}^{est}$$

Parametry i wielkości mierzalne

System fizyczny:

$$p_1, p_2, \dots p_K$$

Parametry układu:

$$\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots m_M)$$

Przewidywane mierzalne wielkości:

$$\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots d_N)$$

Parametry “ustalone” (znane *a priori*):

$$\mathbf{m}^{ust} = (u_1, u_2, \dots)$$

Modelowanie:

$$\mathbf{d}^{th} = f(\mathbf{m}, \mathbf{m}^{ust})$$

Przykład - propagacja fal sejsmicznych

System fizyczny:

- $\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r, \mathbf{t}, \mathbf{v}$

Zagadnienie lokalizacji:

- $\mathbf{m} = \mathbf{r}_s = (r_x, r_y, r_z)$

- $\mathbf{d} = \mathbf{t}$

- $\mathbf{m}^{ust} = \mathbf{v}, \mathbf{r}_r$

Tomografia prędkościowa:

- $\mathbf{m} = \mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_M)$

- $\mathbf{d} = \mathbf{t}, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_s$

Liniowy problem odwrotny

Podójście algebraiczne

$$\mathbf{d} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{m}$$

Podójście naiwne:

$$\mathbf{m}^{est} = \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{d}$$

Metoda algebraiczna:

$$\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{d} = \mathbf{G}^T \mathbf{G} \cdot \mathbf{m}$$

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \Rightarrow \mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}$$

$$\mathbf{m}^{est} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{d}$$

Problem odwrotny

podjęci optymalizacyjne

Przeszukiwanie przestrzeni modeli w celu znalezienia modelu “najlepiej odtwarzającego” dane pomiarowe

Metoda najmniejszych kwadratów:

$$(\mathbf{d}^{obs} - f(\mathbf{m}))^T (\mathbf{d}^{obs} - f(\mathbf{m})) = \min$$

Ogólnie:

$$||(\mathbf{d}^{obs} - f(\mathbf{m}))||_D + ||\mathbf{m} - \mathbf{m}^{apr}||_M = \min$$

Pomiary Bezpośrednie i pośrednie

Zliczenia:

- zdarzenia
- liczba, np. cząstek
- wielkości zkwantowane

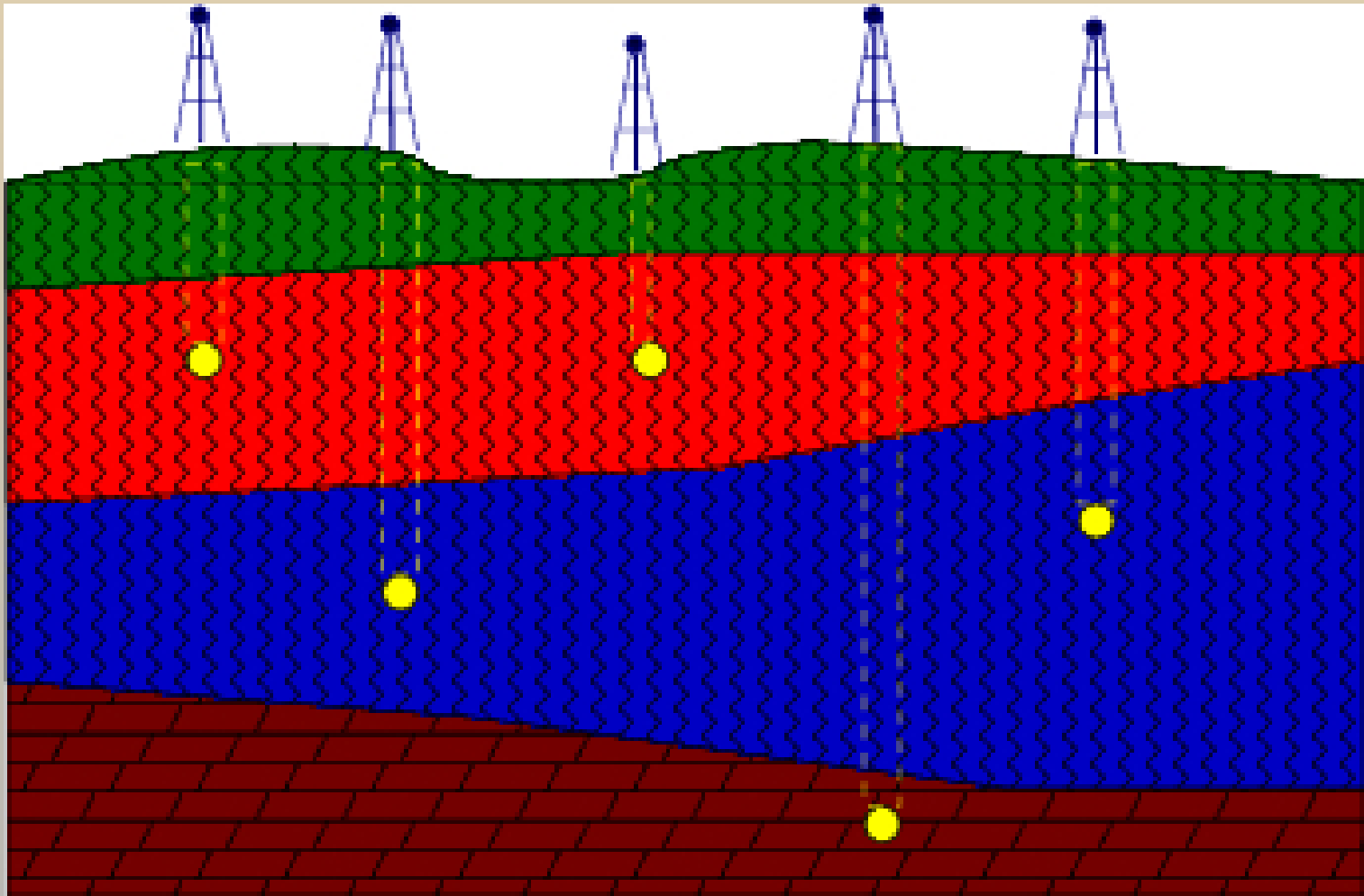
Zliczanie jednostek :

- masa
- jasność
- temperatura

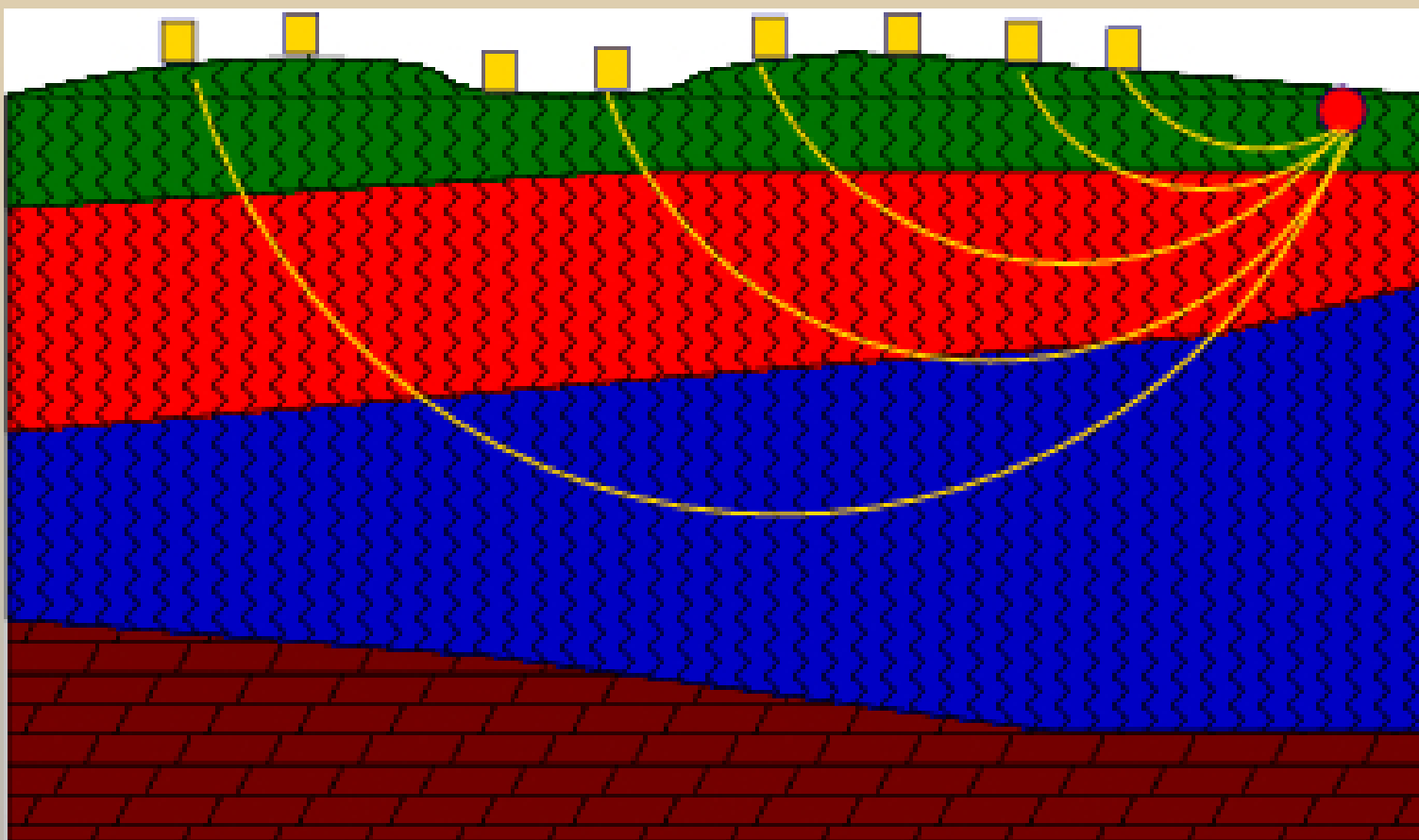
Wielkości niemierzalne bezpośrednio:

- masa ziemi, gwiazd, itp.
- rozkład temperatury w ziemi
- masa cząstek elementarnych

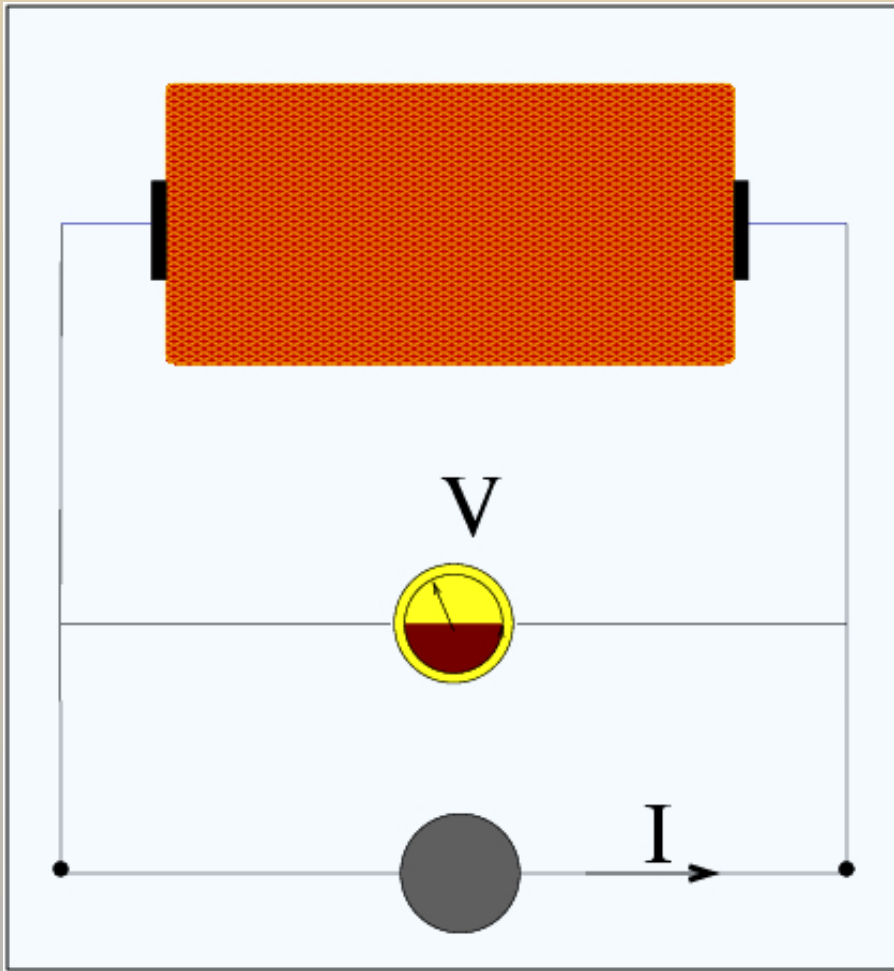
Pomiar bezpośredni



Pomiar pośredni



Pomiar pośredni - przykład



Data: V

Theory (Ohm law + ...)

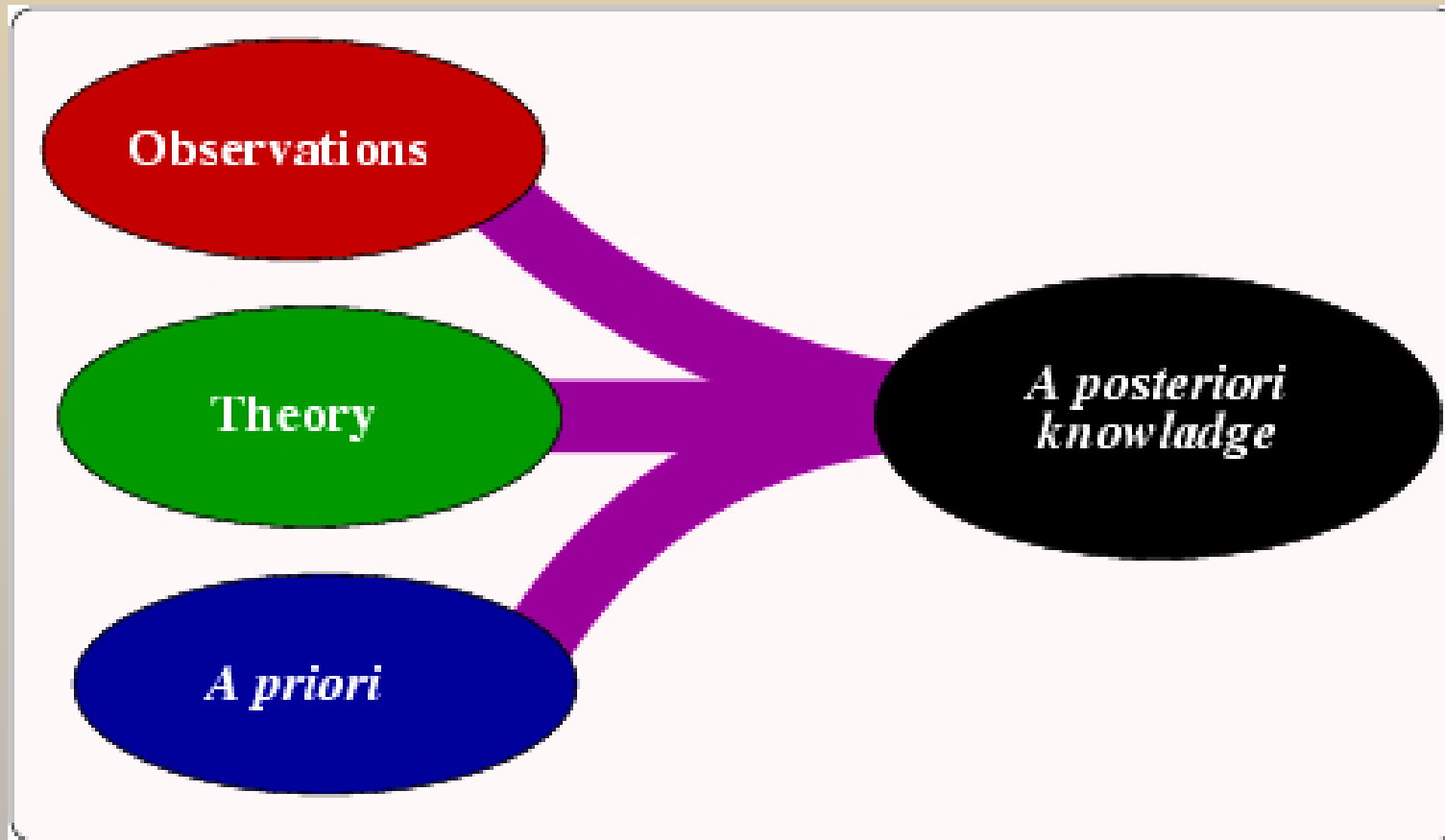
$$V = I \rho + n(\rho, \dot{\rho})$$

A priori

$$1 < \rho < 10$$

Inwersja - łączenie informacji

(Wnioskowanie)



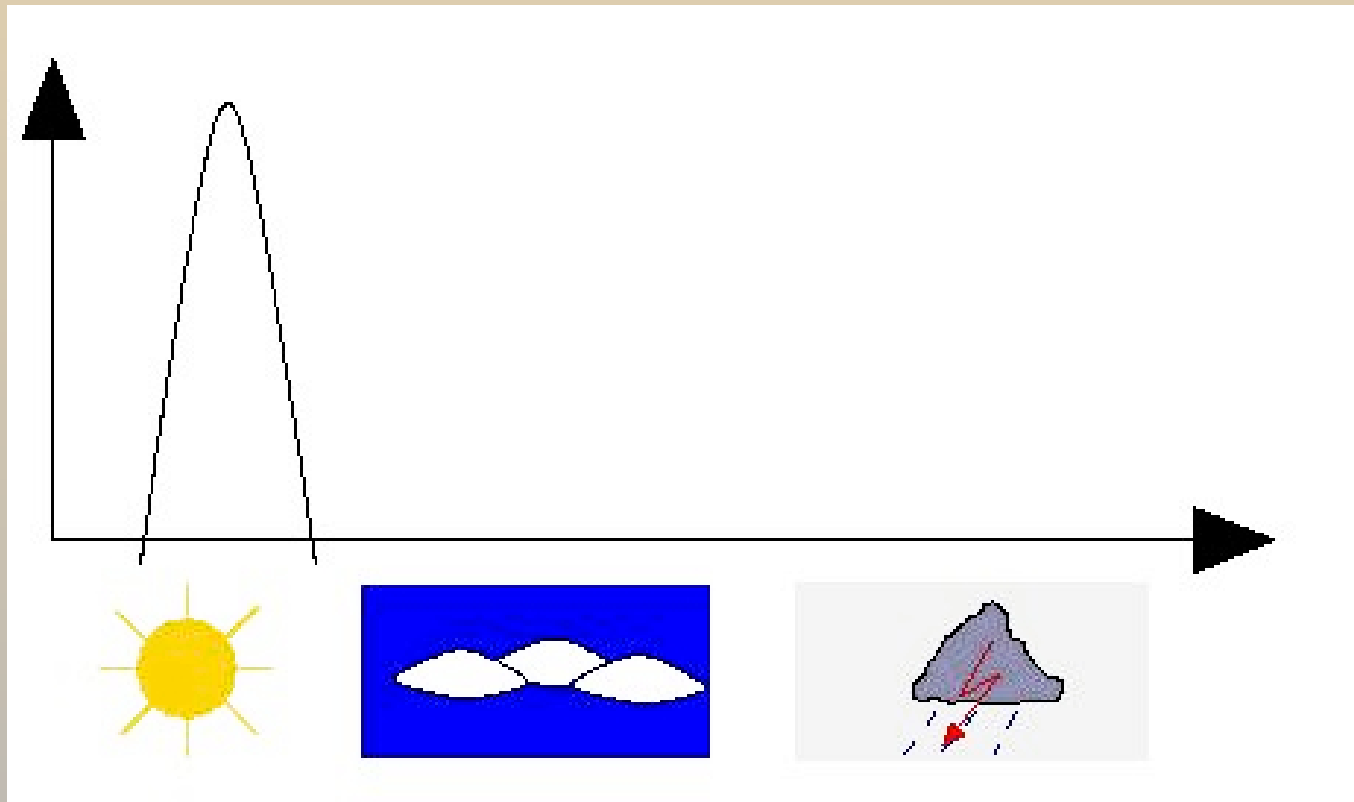
Matematyczny opis informacji (a)

(dane)



Matematyczny opis informacji (a)

(prawdopodobieństwo)

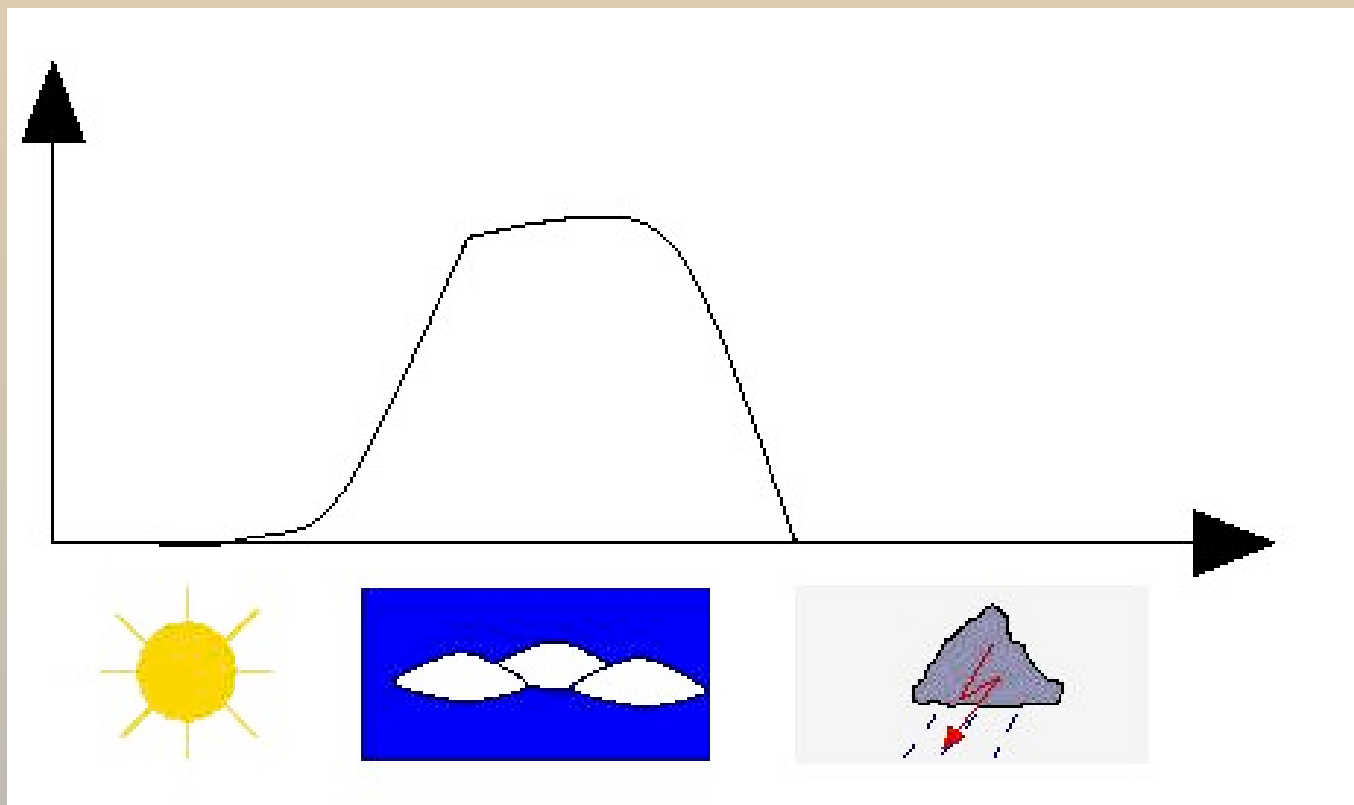


Matematyczny opis informacji (b) (dane)



Matematyczny opis informacji (b)

(prawdopodobieństwo)

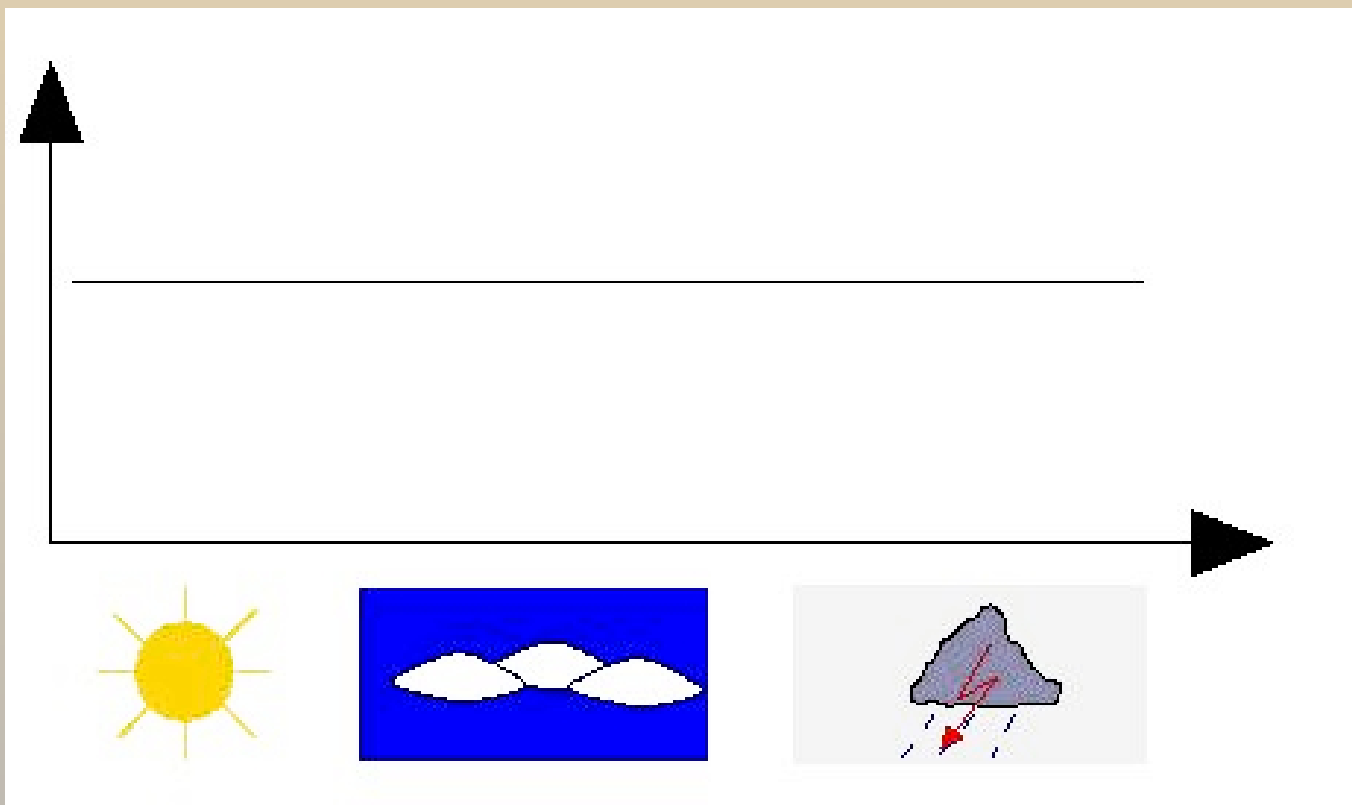


Matematyczny opis informacji (b) (dane)

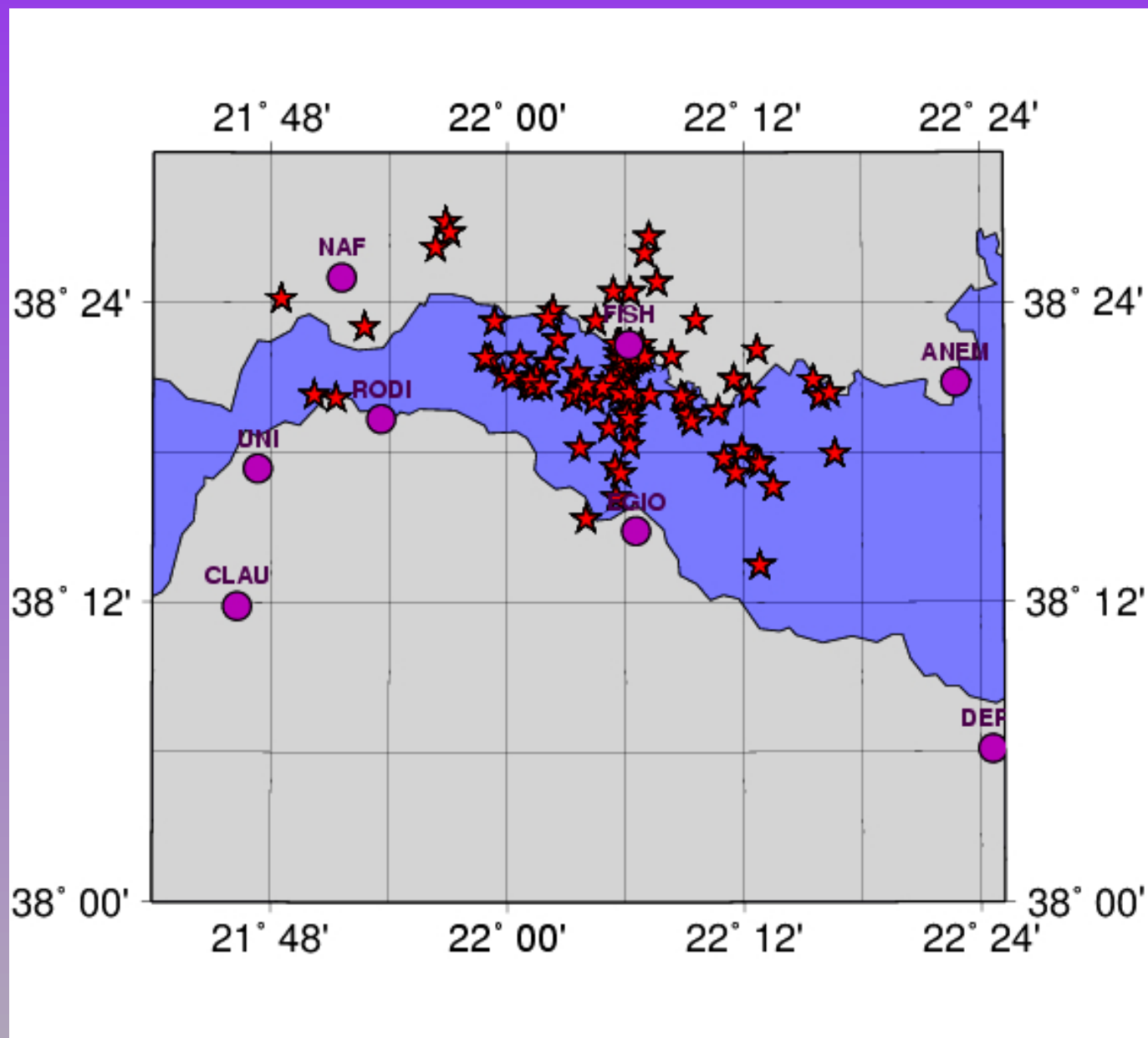


Matematyczny opis informacji (b)

(prawdopodobieństwo)



Lokalizacja wstrząsów



Tomografia sejsmiczna

