

Metody inwersji Bayesowskiej - zaczynamy ...

W. Dębski

debski@igf.edu.pl

www.igf.edu.pl/~debski/

Plan wykładu

- ❖ Literatura i materiały pomocnicze
- ❖ Wprowadzenie
 - ★ Zagadnienia modelowania
 - ★ Zagadnienia odwrotne
- ❖ Zagadnienia odwrotne - różne spojrzenia
 - ★ inwersja jako estymacja parametrów
 - ★ pomiary bezpośrednie i pośrednie
 - ★ inwersja czyli metoda wnioskowania

Literatura

- [Aster et al.(2005)Aster, Borchers, and Thurber] R. C. Aster, B. Borchers, and C. H. Thurber. *Parameter Estimation and Inverse Problems*, volume 90 of *International Geophysics Series*. Elsevier Academic Press, Amsterdam, 2005.
- [Backus and Gilbert(1967)] G. Backus and F. Gilbert. The resolving power of gross earth data. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 13:247–276, 1967.
- [Backus and Gilbert(1970)] G. Backus and F. Gilbert. Uniqueness in the inversion of inaccurate gross earth data. *Phil. Trans. Roy. Soc. Lond.*, 266:123–192, 1970.
- [Curtis and Lomax(2001)] A. Curtis and A. Lomax. Prior information, sampling distributions and the curse of dimensionality. *Geophysics*, 66(2):372–378, 2001.
- [Dębski(1997)] W. Dębski. The probabilistic formulation of the inverse theory with application to the selected seismological problems. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc.*, B19 (293):1–173, 1997.

- [Dębski(2004)] W. Dębski. Application of Monte Carlo techniques for solving selected seismological inverse problems. *Publs. Inst. Geophys. Pol. Acad. Sc.*, B-34(367):1–207, 2004.
- [Deans(1983)] S. R. Deans. *The Radon Transform and Some of Its Applications*. John Wiley and Sons, New York, 1983.
- [Duijndam(1988a)] A.J. W. Duijndam. Bayesian estimation in seismic inversion. part I: Principles. *Geophys. Prosp.*, 36:878–898, 1988a.
- [Duijndam(1988b)] A.J. W. Duijndam. Bayesian estimation in seismic inversion. part II: Uncertainty analysis. *Geophys. Prosp.*, 36:899–918, 1988b.
- [Grandis et al.(1999)Grandis, Menvielle, and Roussignol] H. Grandis, M. Menvielle, and M. Roussignol. Bayesian inversion with Markov chains–I. The magnetotelluric one-dimensional case. *Geophys. J. Int.*, 138:757–768, 1999.
- [Gubbins(2004)] D. Gubbins. *Time Series Analysis and Inverse Theory for Geophysicists*. Cambridge University Press, Cambridge, 2004.

- [Hansen et al.(2000)Hansen, Jacobsen, and Mosegaard] P. C. Hansen, B. H. Jacobsen, and K. Mosegaard, editors. *Methods and Application of Inversion*. Lecture Notes in Earth Sciences. Springer, Berlin, 2000.
- [Hjelt(1992)] S. E. Hjelt. *Pragmatic Inversion of Geophysical Data*, volume 39 of *Lecture Notes in Earth Sciences*. Springer-Verlag, Berlin, 1992.
- [Jackson(1972)] D. D. Jackson. Interpretation of inaccurate, insufficient and inconsistent data. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 28:97–110, 1972.
- [Jackson(1979)] D. D. Jackson. The use of *a priori* data to resolve non-uniqueness in linear inversion. *Geophys. J. R. Astr. Soc.*, 57:137–157, 1979.
- [Jackson and Matsu'ura(1985)] D. D. Jackson and M. Matsu'ura. A Bayesian approach to nonlinear inversion. *J. Geophys. Res.*, 90(B1):581–591, January 1985.
- [Jacobsen et al.(1996)Jacobsen, Mosegaard, and Sibani] B. H. Jacobsen, K. Mosegaard, and P. Sibani, editors. *Inverse Methods, Interdisciplinary elements of Methodology, Computation and Application*, volume 63 of *Lecture Notes in Earth Sciences*. Springer-Verlag, Berlin, 1996.

- [Kirsch(1996)] A. Kirsch. *An Introduction to the Mathematical Theory of Inverse Problems*. Springer Verlag, New York, 1996.
- [Limes and Treitel(1983)] L. R. Limes and S. Treitel. Tutorial, a review of least-squares inversion and its application to geophysical problems. *Geophys. Prospect.*, 32:159–186, 1983.
- [Menke(1989)] W. Menke. *Geophysical Data Analysis: Discrete Inverse Theory*. International Geophysics Series. Academic Press, San Diego, 1989.
- [Mosegaard and Sambridge(2002)] K. Mosegaard and M Sambridge. Monte carlo analysis of invers problems. *Inv. Prob.*, 18:R29–45, 2002.
- [Mosegaard and Tarantola(1995)] K. Mosegaard and A. Tarantola. Monte Carlo sampling of solutions to inverse problems. *J. Geophys. Res.*, 100(B7):12431–1247, 1995.
- [Mosegaard and Tarantola(2002)] K. Mosegaard and A. Tarantola. *International Handbook of Earthquake & Engineering Seismology*, chapter Probabilistic Approach to Inverse Problems, pages 237–265. Academic Press, 2002.

- [Parker(1977)] R. L. Parker. Understanding inverse theory. *areps*, 5:35–64, 1977.
- [Parker(1994)] R. L. Parker. *Geophysical Inverse Theory*. Princeton University Press, New Jersey, 1994.
- [Sambridge(1998)] M. Sambridge. Exploring multi-dimensional landscapes without a map. *Inv. Prob.*, 14(3):427–440, 1998.
- [Sambridge and Mosegaard(2002)] M. Sambridge and K. Mosegaard. Monte carlo methods in geophysical inverse problems. *Rev. Geophys.*, 40(3):3.1–3.29, 2002.
- [Scales and Tenorio(2001)] J. Scales and L. Tenorio. Prior information and uncertainty in inverse problems. *Geophysics*, 66(2):389–397, 2001.
- [Scales and Gersztenkorn(1988)] J. A. Scales and A. Gersztenkorn. Robust methods in inverse theory. *Inv. Prob.*, 4:1071–1091, 1988.
- [Scales and Smith(1995)] J. A. Scales and M. L. Smith. Introductory Geophysical Inverse Theory. Technical report, Center for Wave Phenomena, Colorado School of mines, Golden, Colorado, 1995.

- [Scales and Snieder(1997)] J. A. Scales and R. Snieder. To Bayes or not to Bayes? *Geophysics*, 63:1045–1046, 1997.
- [Sen and Stoffa(1995)] M. Sen and P. L. Stoffa. *Global Optimization methods in Geophysical Inversion*, volume 4 of *Advances in Exploration Geophysics*. Elsevier, Amsterdam, 1995.
- [Tarantola(1987)] A. Tarantola. *Inverse Problem Theory: Methods for Data Fitting and Model Parameter Estimation*. Elsevier, Amsterdam, 1987.
- [Tarantola and Vallete(1982)] A. Tarantola and B. Vallete. Inverse Problems = Quest for Information. *J. Geophys.*, 50:159–170, 1982.
- [Vasco(2000)] D. W. Vasco. An algebraic formulation of geophysical inverse problems. *Geophys. J. Int.*, 142:970–990, 2000.
- [Vasco et al.(1993)Vasco, Johnson, and Majer] D. W. Vasco, L. R. Johnson, and E. L. Majer. Ensemble inference in geophysical inverse problems. *Geophys. J. Int.*, 115:711–728, 1993.

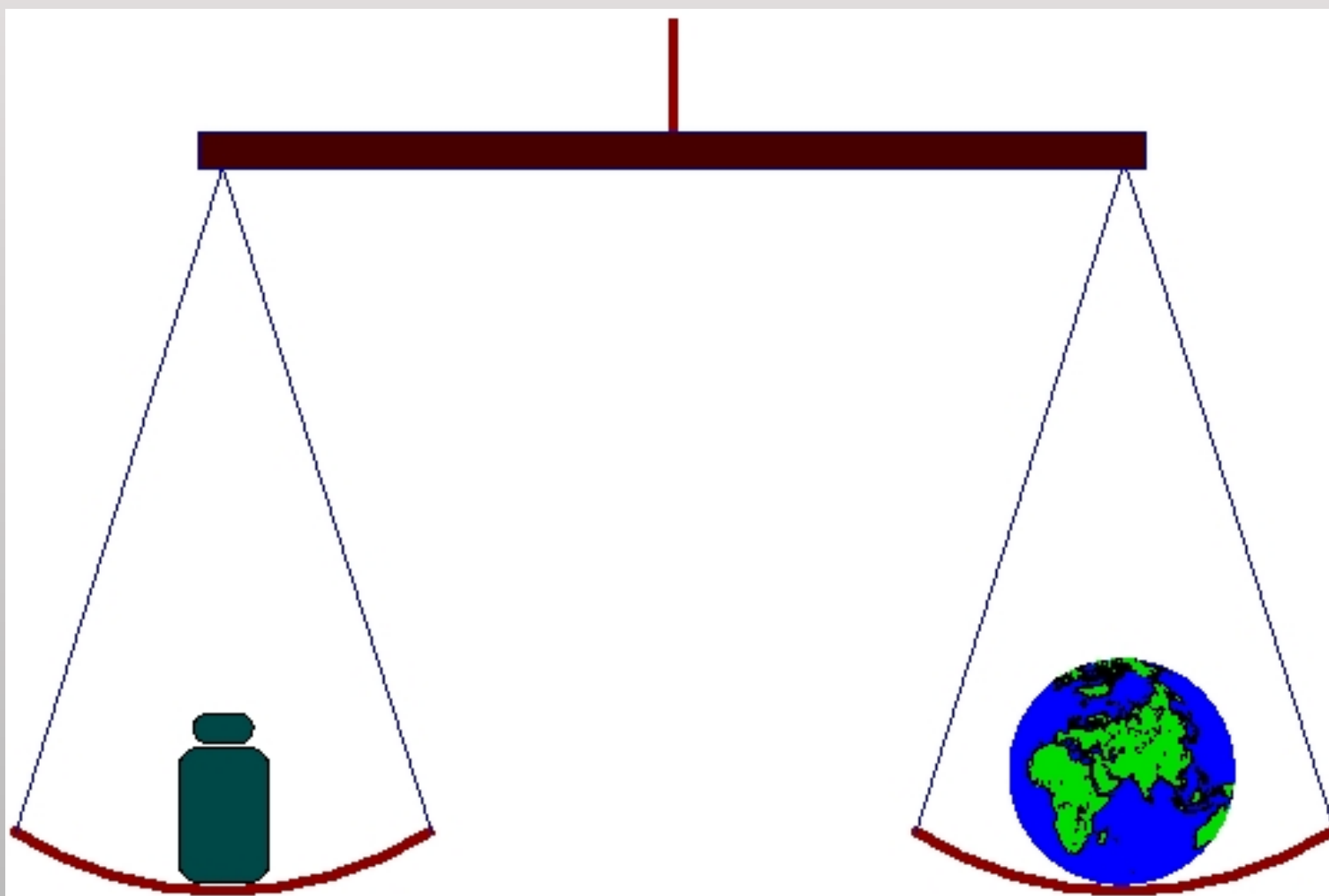
[Zhdanov(2002)] M. S. Zhdanov. *Geophysical Inverse Theory and Regularization Problems*.
Methods in Geochemistry and Geophysics, 36. Elsevier, Amsterdam, 2002.

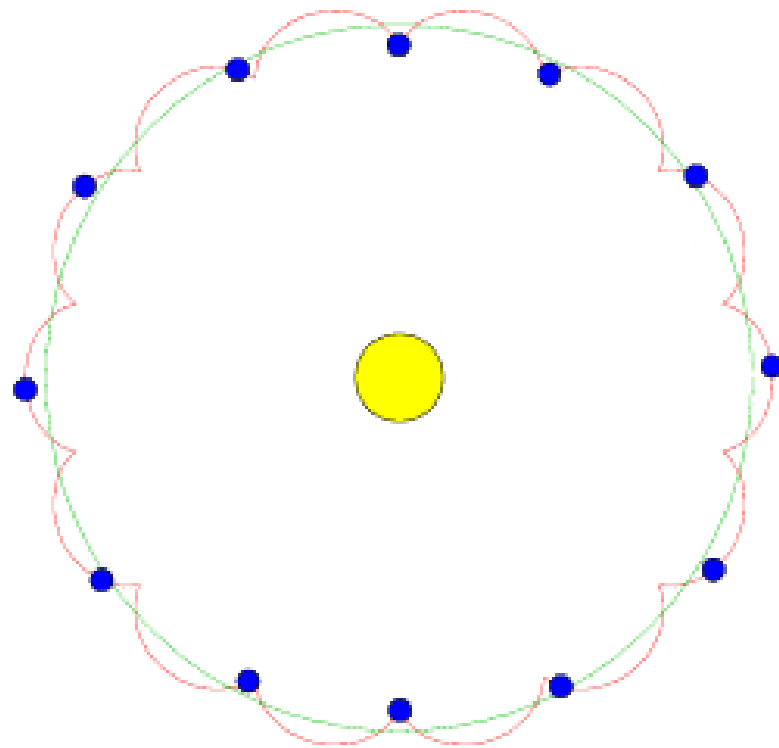
Dwa typy zagadnień

1. Zrozumienie zachodzącego procesu fizycznego, chemicznego, geologicznego, itp. umożliwiające przewidywanie zachowania się systemu, a więc jego **jakościowe** modelowanie.

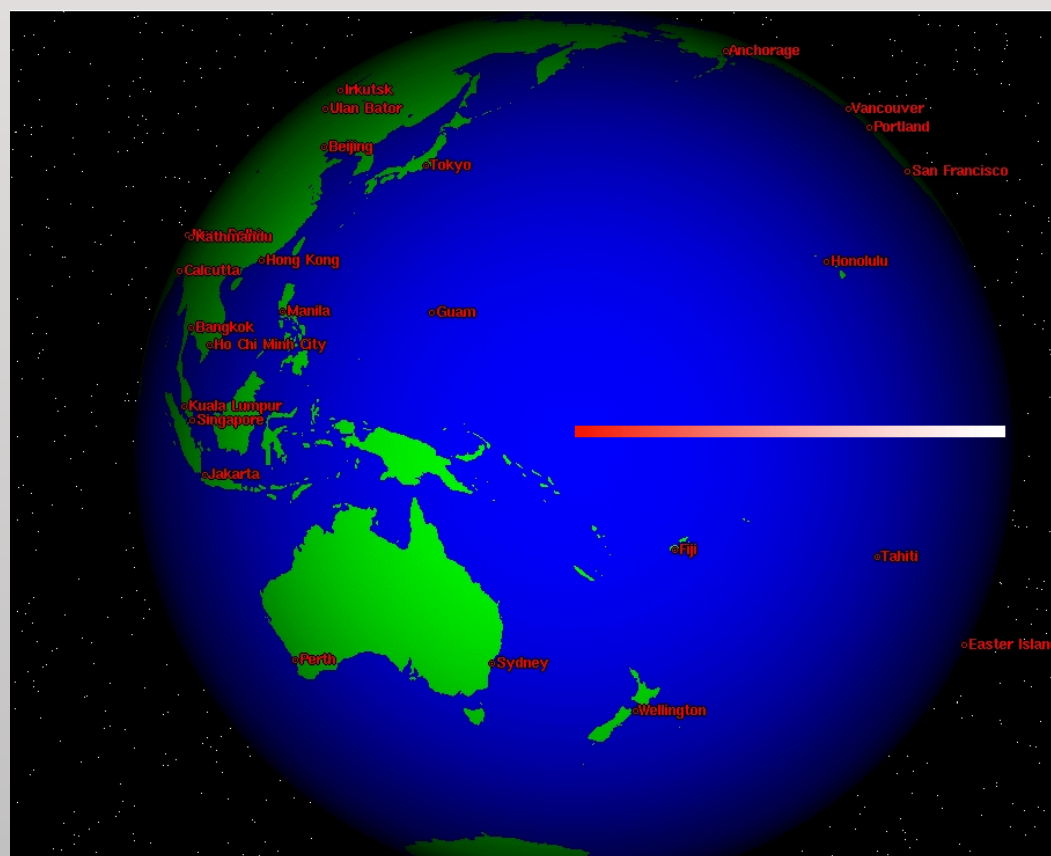
2. Ilościowy opis obiektu fizycznego, chemicznego, i ilościowe wyznaczenie wielkości fizycznych opisujący obiekt pozwalające na realistyczne (**ilościowe**) wyznaczanie jego zachowania.

Przykład A: - masa Ziemi

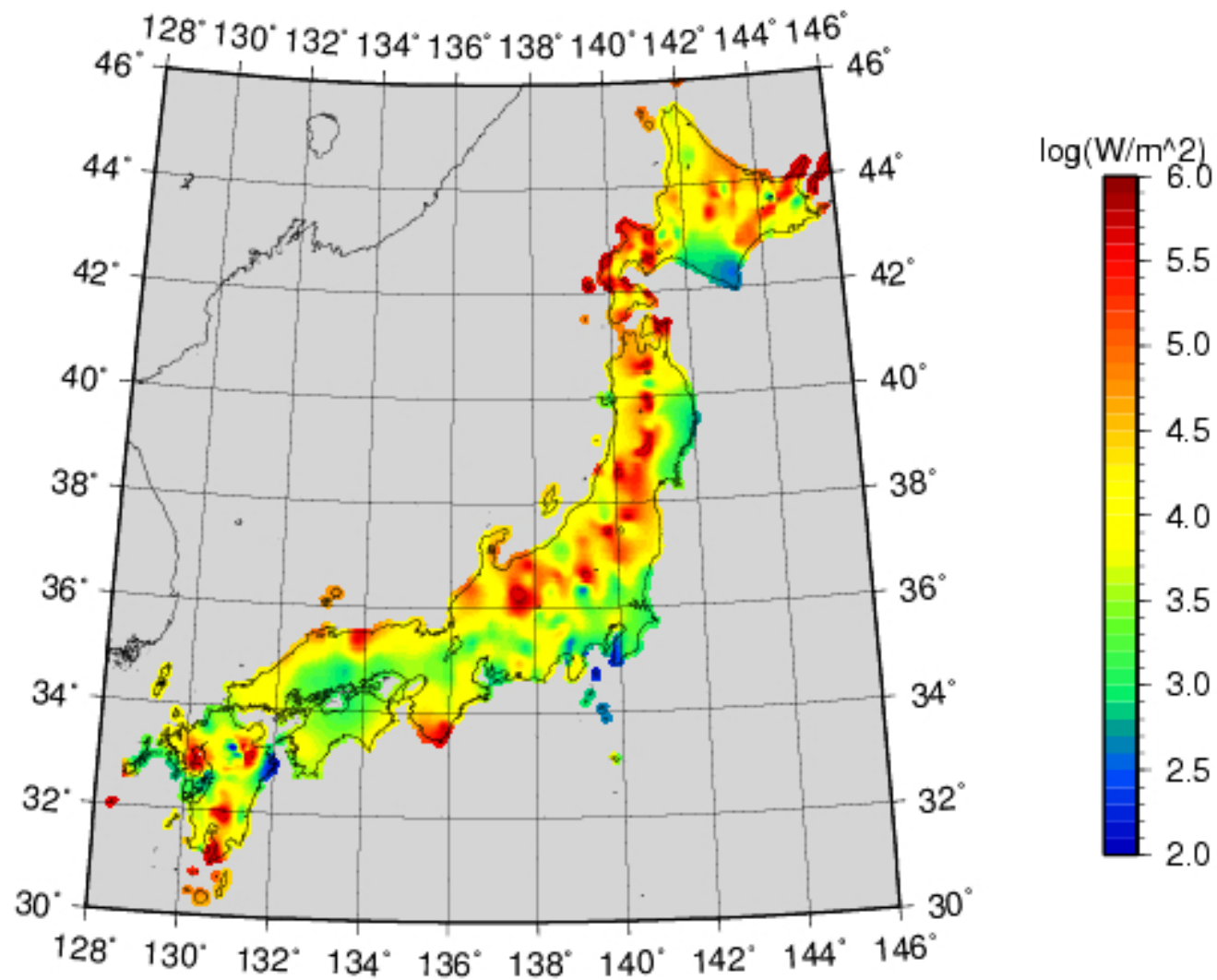




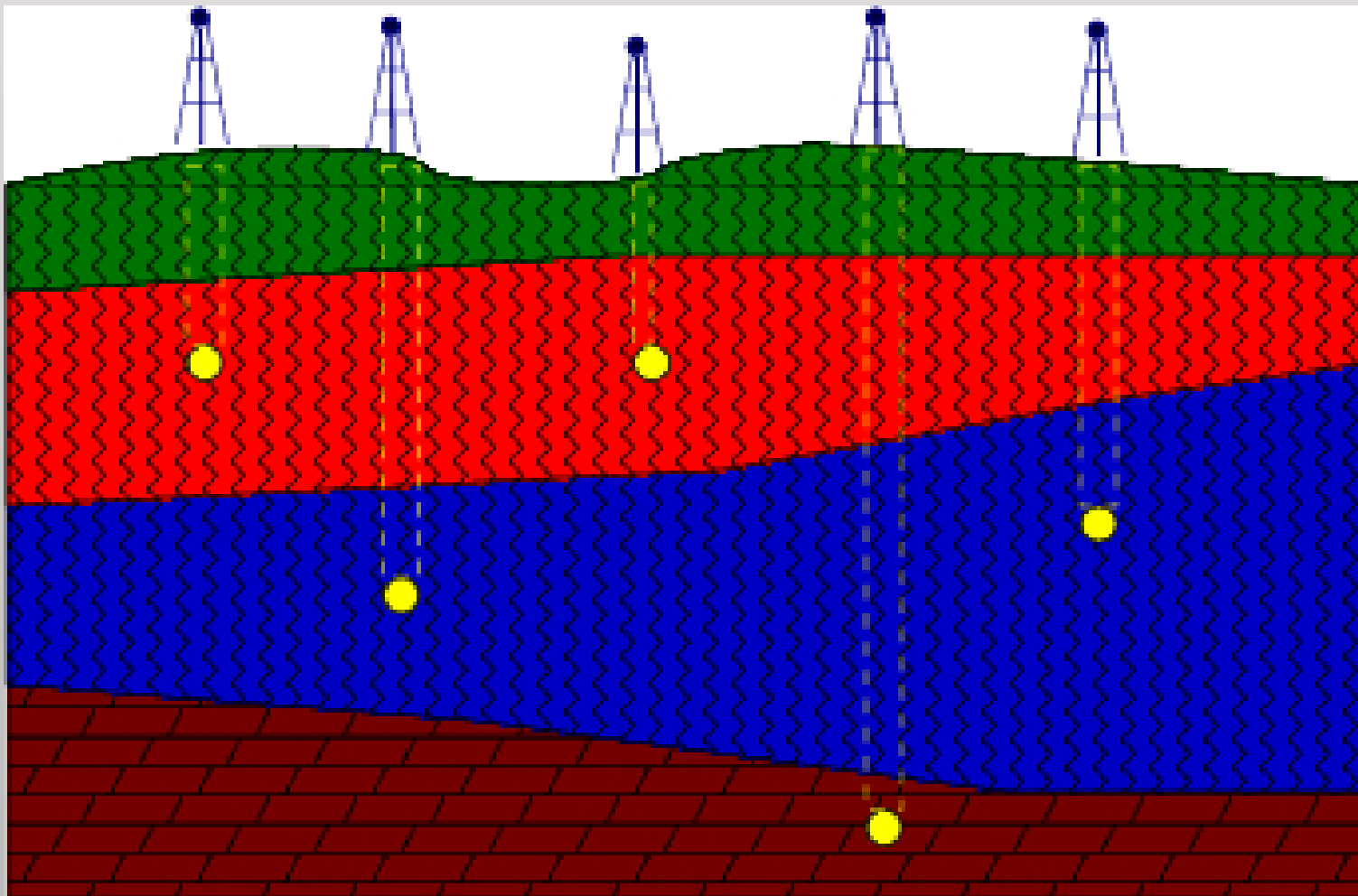
Przykład B: rozkład temperatury wewnątrz Ziemi

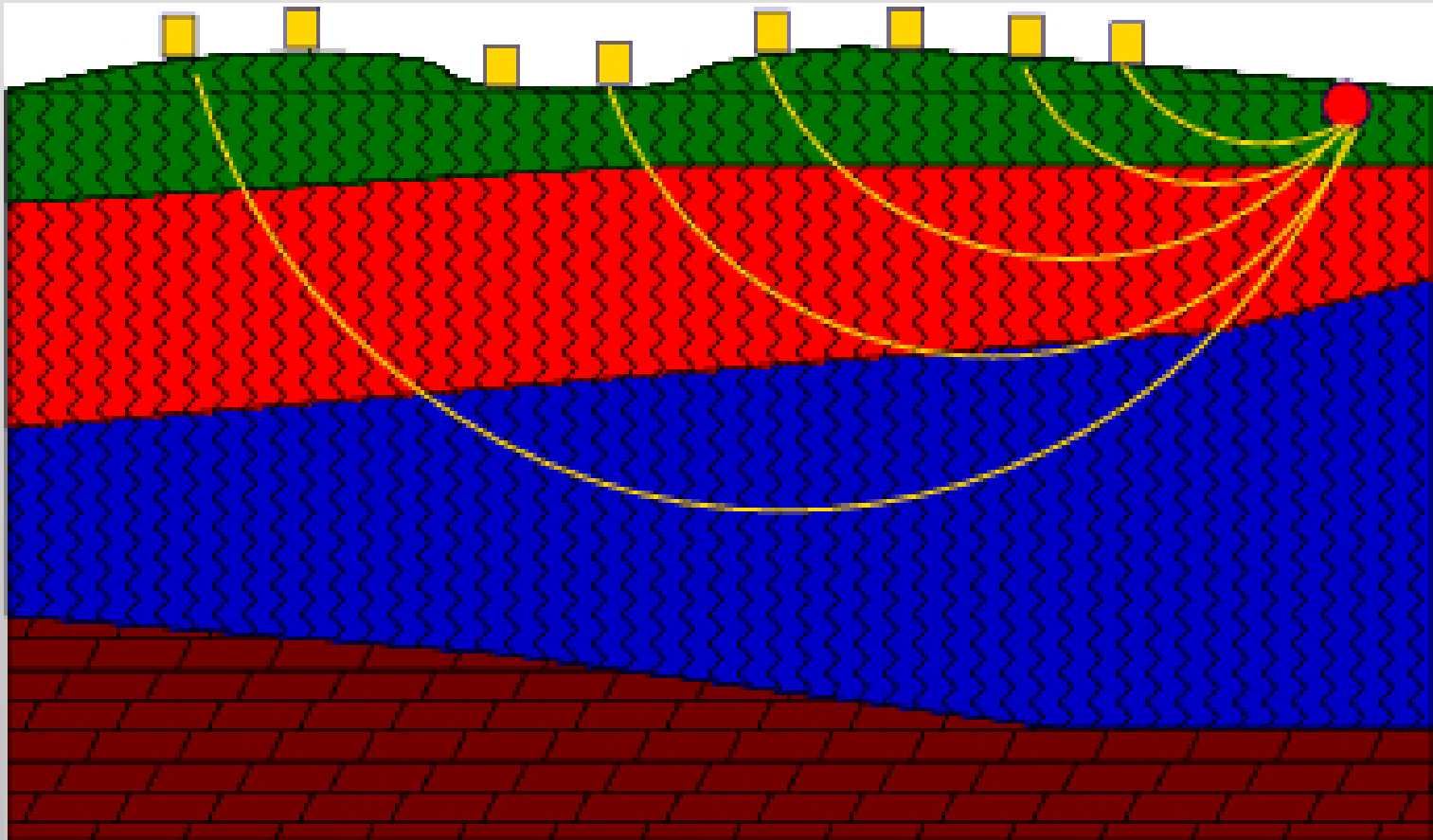


Heatflow

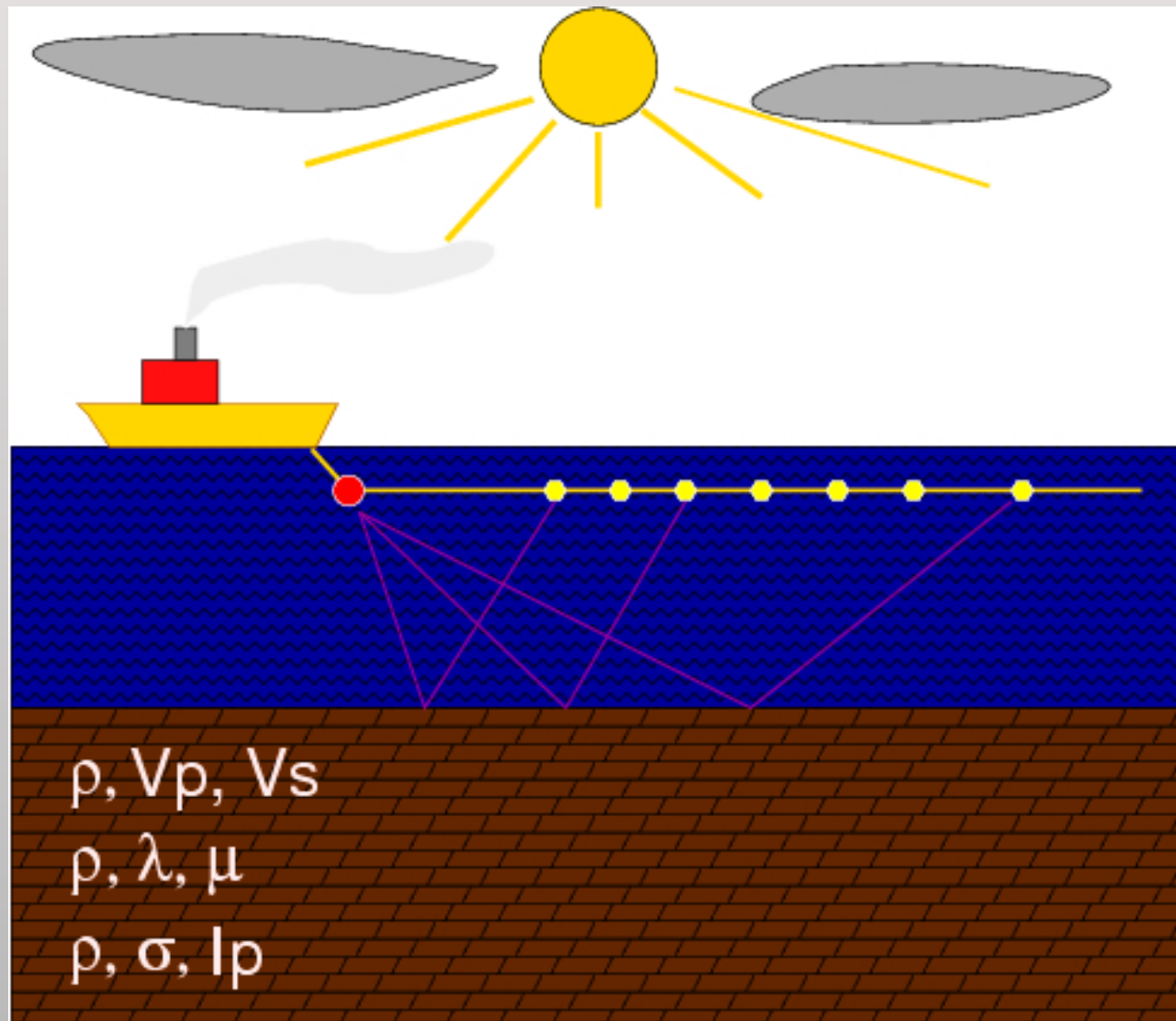


Przykład C: budowa wnętrza Ziemi

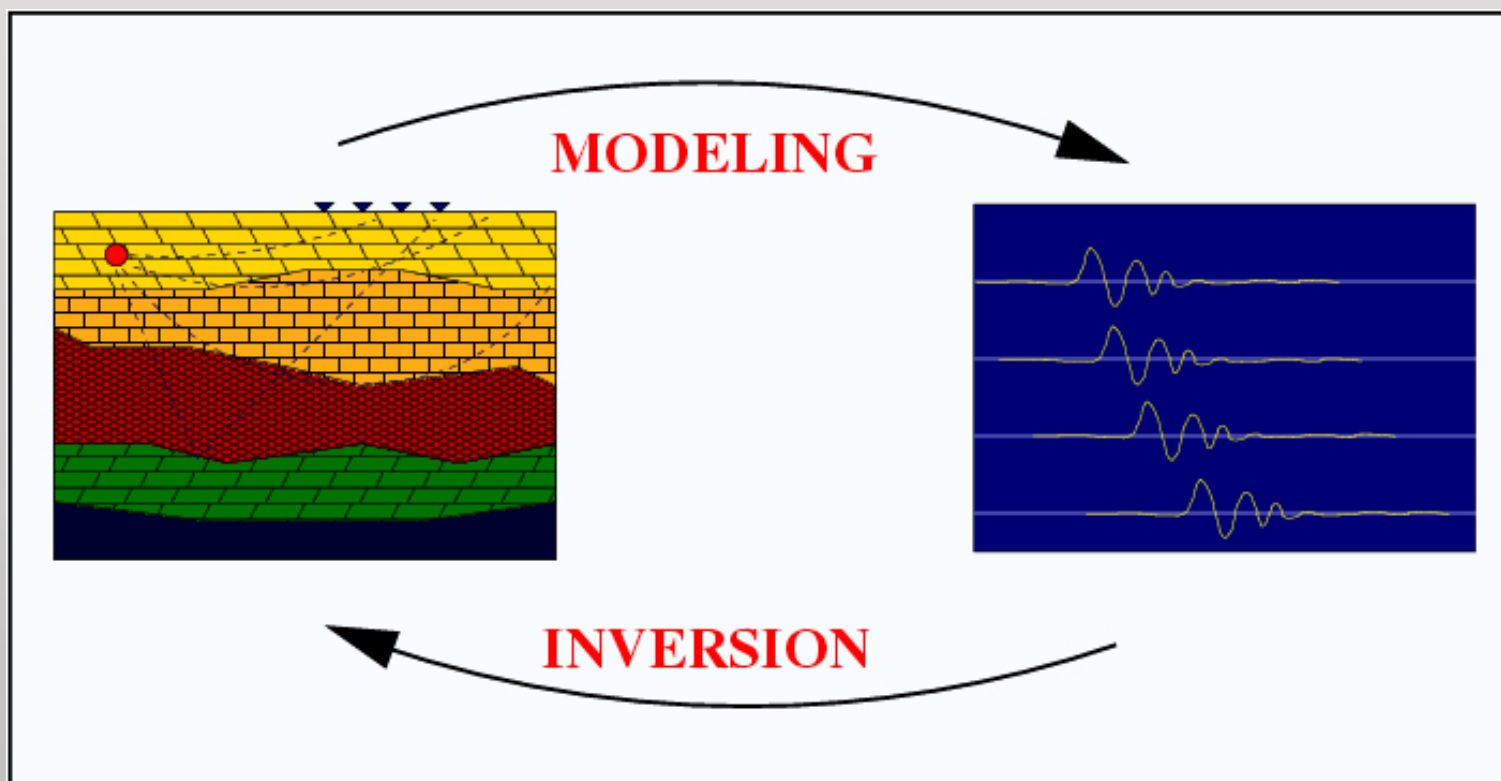




Przykład D: jaką wybrać parametryzację

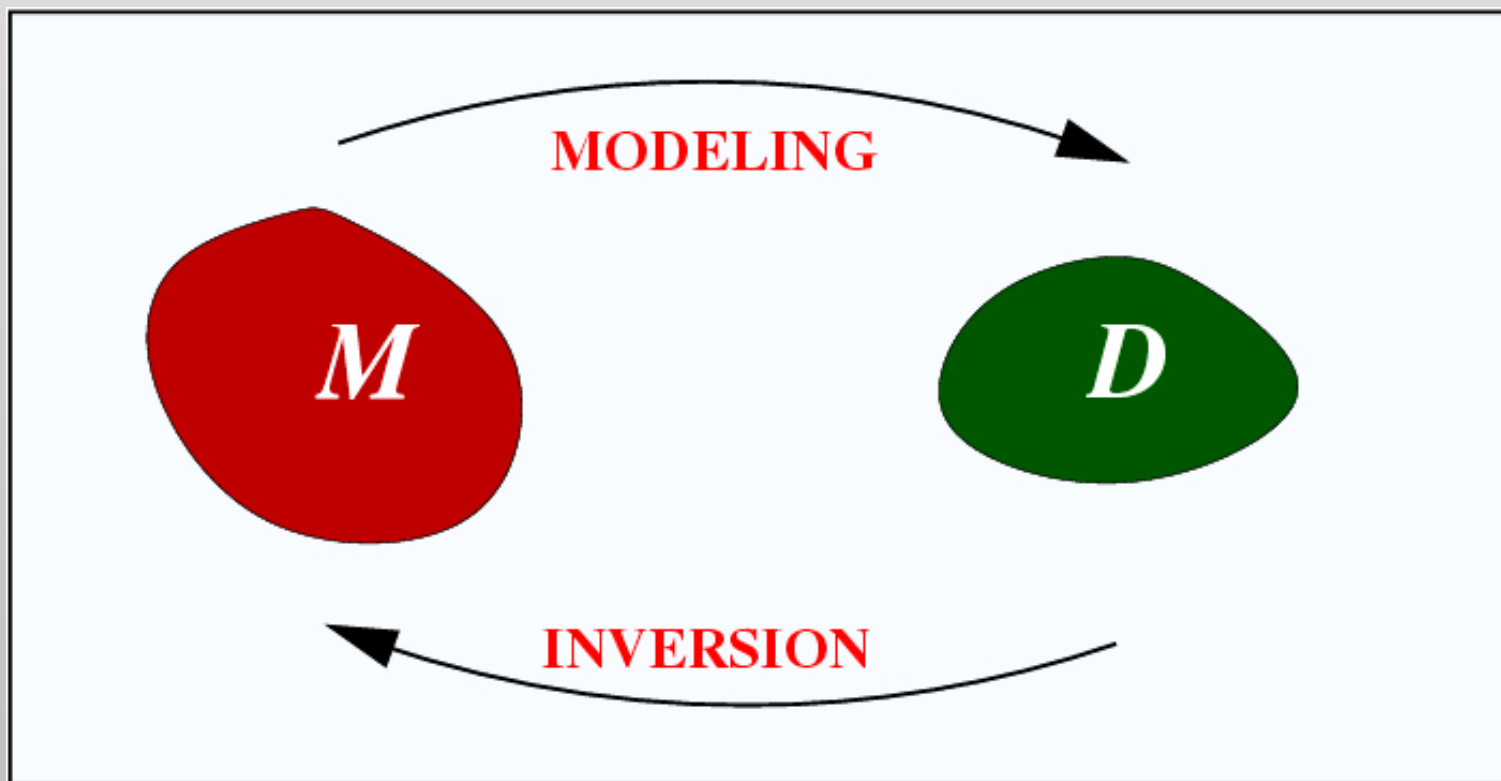


Zagadnienia modelowania i inwersji



Zagadnienia modelowania i inwersji

uogólnienie



Zagadnienia odwrotne - estymacja parametrów

Modelowanie:

$$\mathbf{m} \longrightarrow \mathbf{d}^{th} = \mathbf{G}(\mathbf{m})$$

Inwersja:

$$\mathbf{d}^{obs} \longrightarrow \mathbf{m}^{est}$$

Parametry i wielkości mierzalne

System fizyczny:

$$p_1, p_2, \dots p_K$$

Parametry układu:

$$\mathbf{m} = (m_1, m_2, \dots m_M)$$

Przewidywane mierzalne wielkości:

$$\mathbf{d} = (d_1, d_2, \dots d_N)$$

Parametry “ustalone” (znane *a priori*):

$$\mathbf{m}^{ust} = (u_1, u_2, \dots)$$

Modelowanie:

$$\mathbf{d}^{th} = f(\mathbf{m}, \mathbf{m}^{ust})$$

Przykład - propagacja fal sejsmicznych

System fizyczny:

❖ $\mathbf{r}_s, \mathbf{r}_r, \mathbf{t}, \mathbf{v}$

Zagadnienie lokalizacji:

❖ $\mathbf{m} = \mathbf{r}_s = (r_x, r_y, r_z)$

❖ $\mathbf{d} = \mathbf{t}$

❖ $\mathbf{m}^{ust} = \mathbf{v}, \mathbf{r}_r$

Tomografia prędkościowa:

❖ $\mathbf{m} = \mathbf{v} = (v_1, v_2, \dots, v_M)$

❖ $\mathbf{d} = \mathbf{t}, \mathbf{r}_r, \mathbf{r}_s$

Liniowy problem odwrotny

Podejście algebraiczne

$$\mathbf{d} = \mathbf{G} \cdot \mathbf{m}$$

Podejście naiwne:

$$\mathbf{m}^{est} = \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{d}$$

Metoda algebraiczna:

$$\mathbf{G}^T \cdot \mathbf{d} = \mathbf{G}^T \mathbf{G} \cdot \mathbf{m}$$

$$\mathbf{G}^T \mathbf{G} \Rightarrow \mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I}$$

$$\mathbf{m}^{est} = (\mathbf{G}^T \mathbf{G} + \lambda \mathbf{I})^{-1} \cdot \mathbf{d}$$

Problem odwrotny podejści optymalizacyjne

Przeszukiwanie przestrzeni modeli w celu znalezienia modelu “najlepiej odtwarzającego” dane pomiarowe

Metoda najmniejszych kwadratów:

$$(\mathbf{d}^{obs} - f(\mathbf{m}))^T (\mathbf{d}^{obs} - f(\mathbf{m})) = \min$$

Ogólnie:

$$||(\mathbf{d}^{obs} - f(\mathbf{m}))||_D + ||\mathbf{m} - \mathbf{m}^{apr}||_M = \min$$

Pomiary Bezpośrednie i pośrednie

Zliczenia:

- ❖ zdarzenia
- ❖ liczba, np. cząstek
- ❖ wielkości zkwantowane

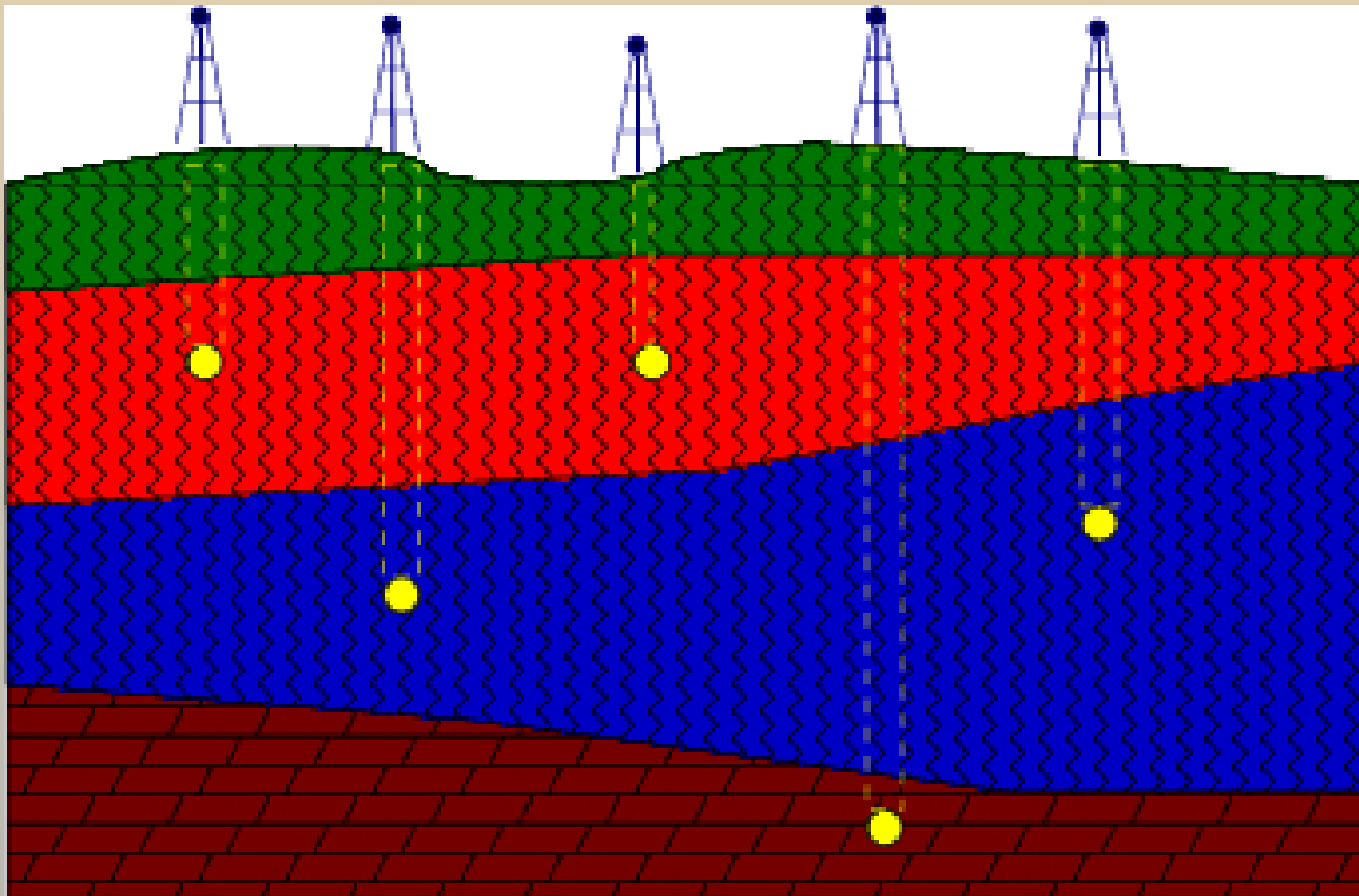
Zliczanie jednostek :

- ❖ masa
- ❖ jasność
- ❖ temperatura

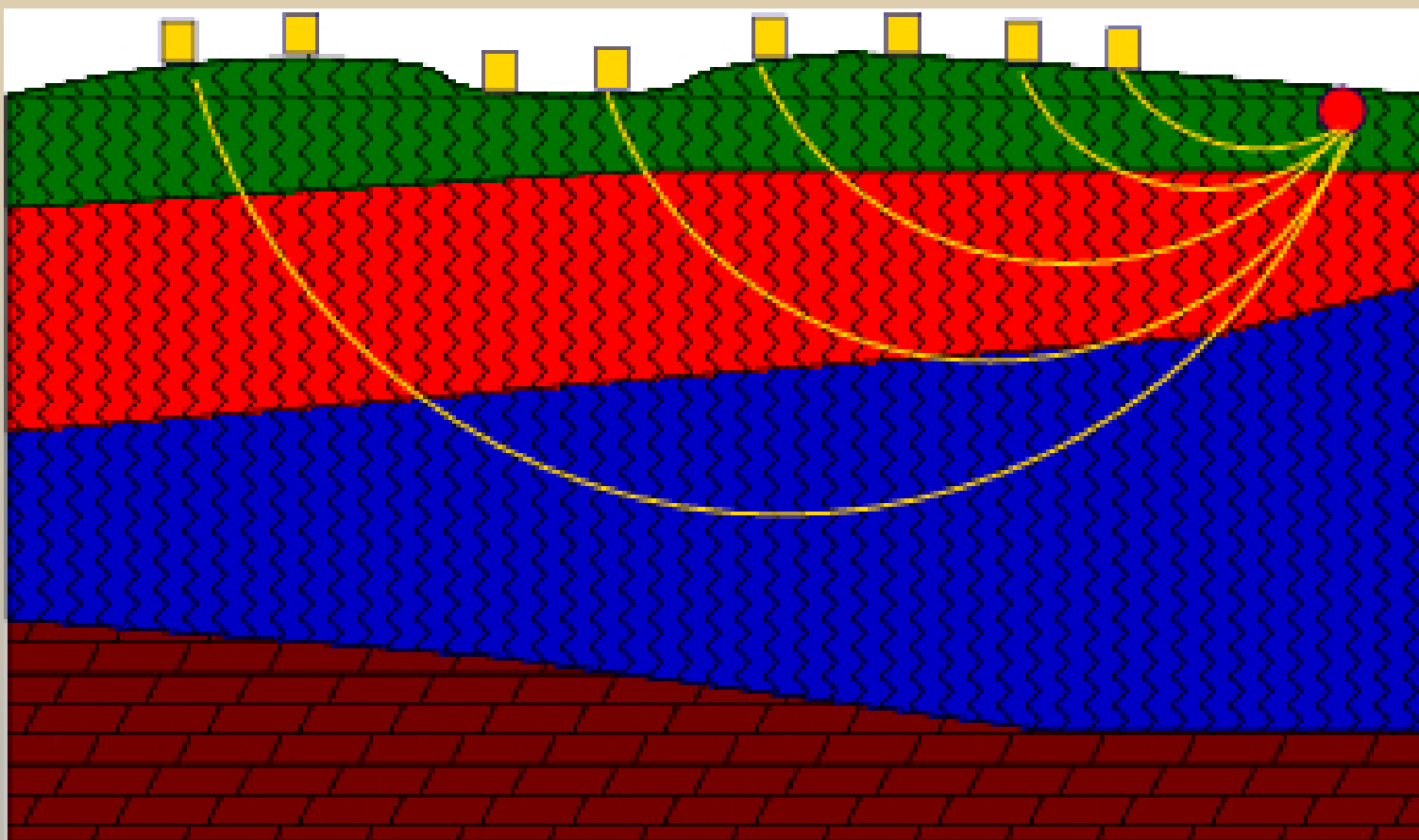
Wielkości niemierzalne bezpośrednio:

- ❖ masa ziemi, gwiazd, itp.
- ❖ rozkład temperatury w ziemi
- ❖ masa cząstek elementarnych

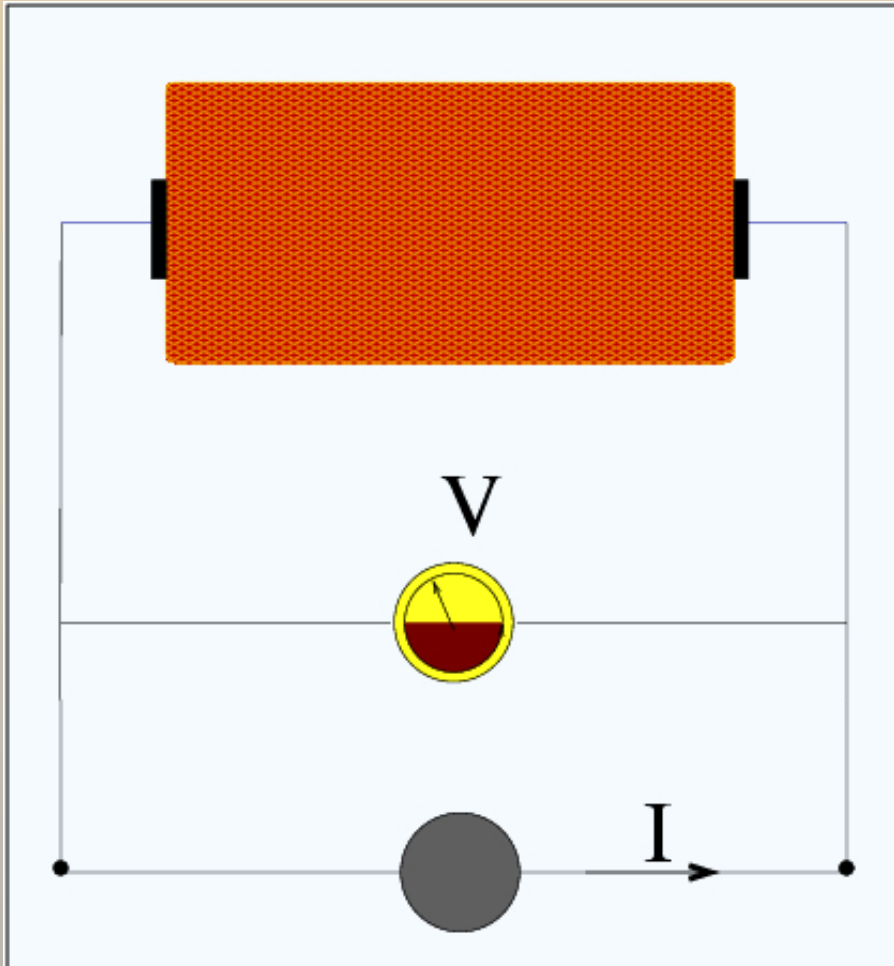
Pomiar bezpośredni



Pomiar pośredni



Pomiar pośredni - przykład



Data: V

Theory (Ohm law + ...)

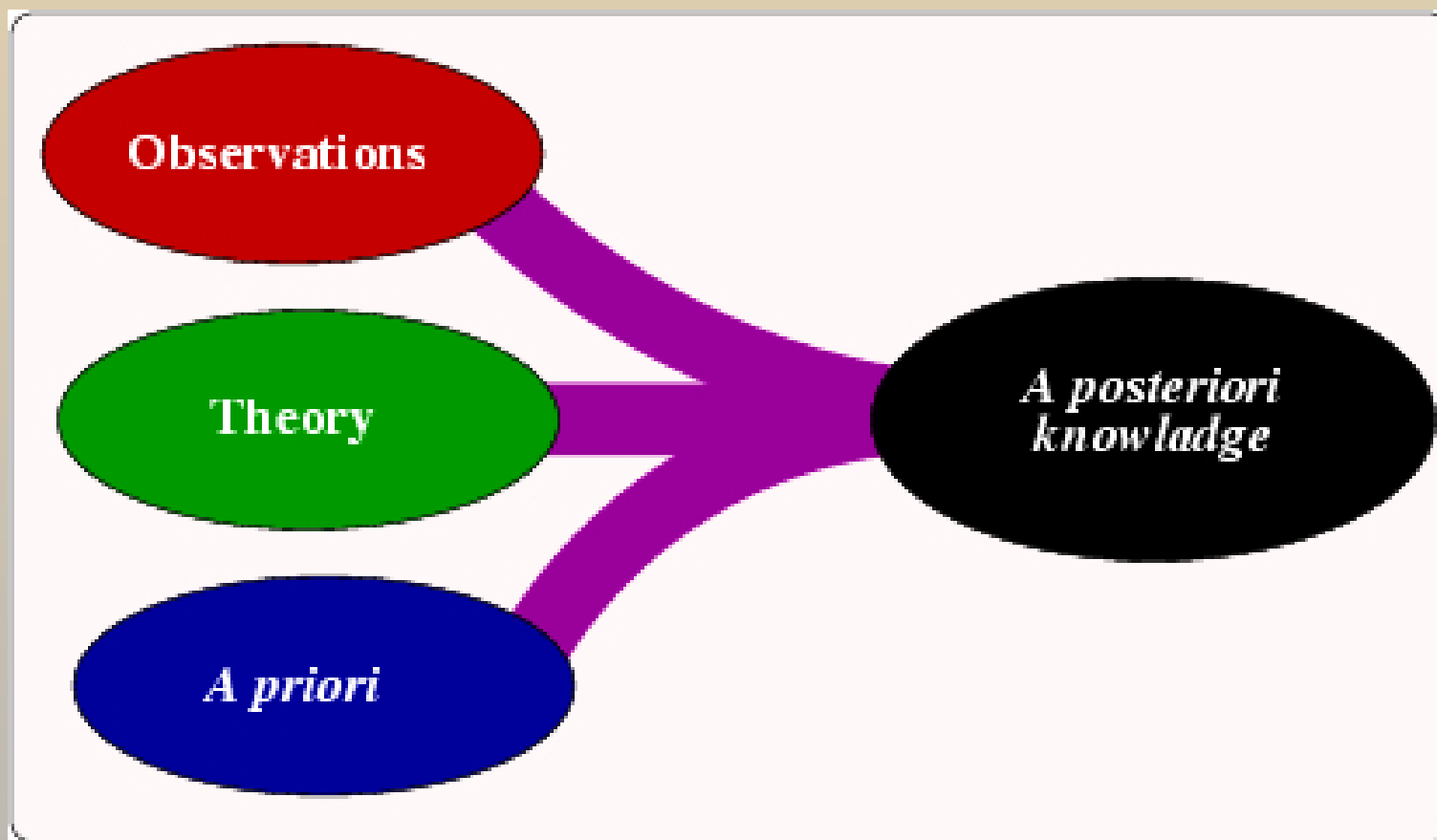
$$V = I \rho + n(\rho, \dot{\rho})$$

A priori

$$1 < \rho < 10$$

Inwersja - łączenie informacji

(Wnioskowanie)



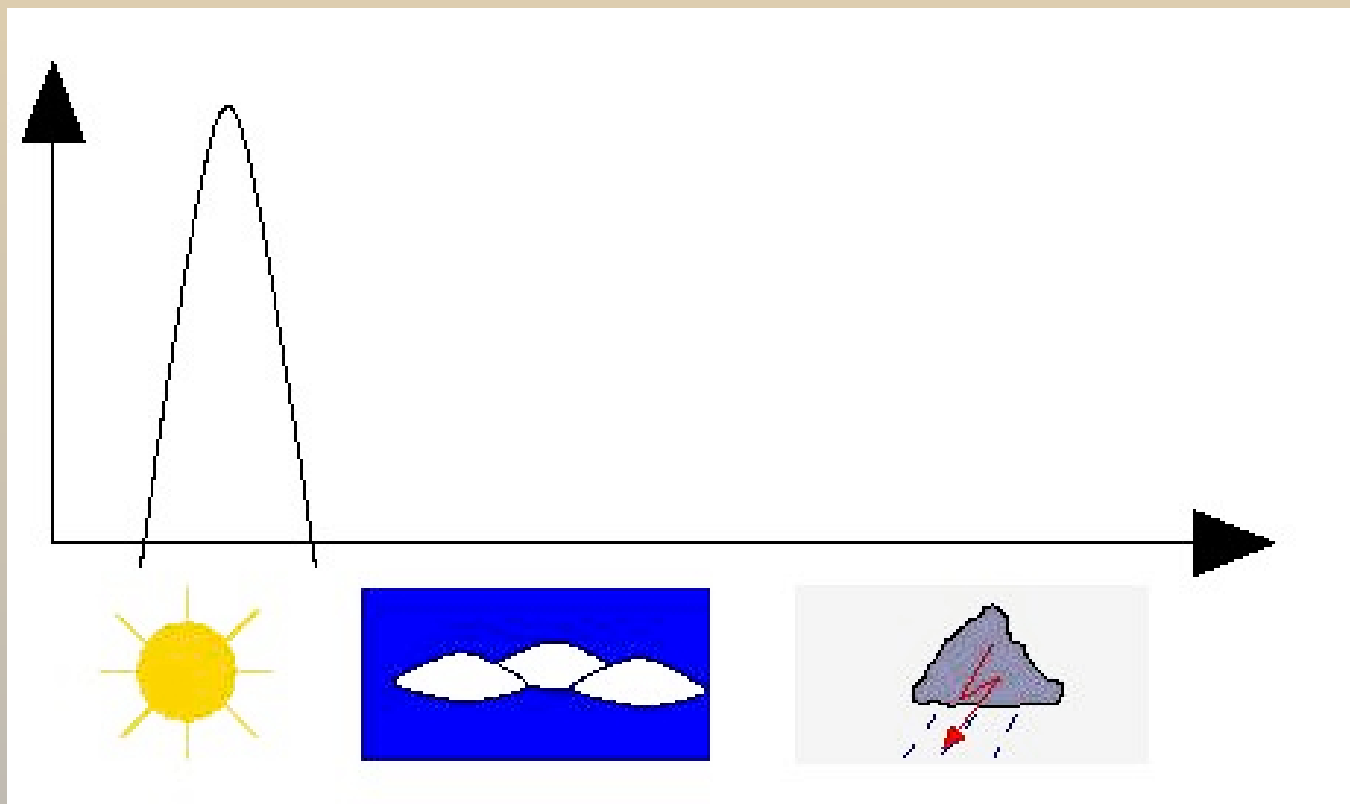
Matematyczny opis informacji (a)

(dane)



Matematyczny opis informacji (a)

(prawdopodobieństwo)

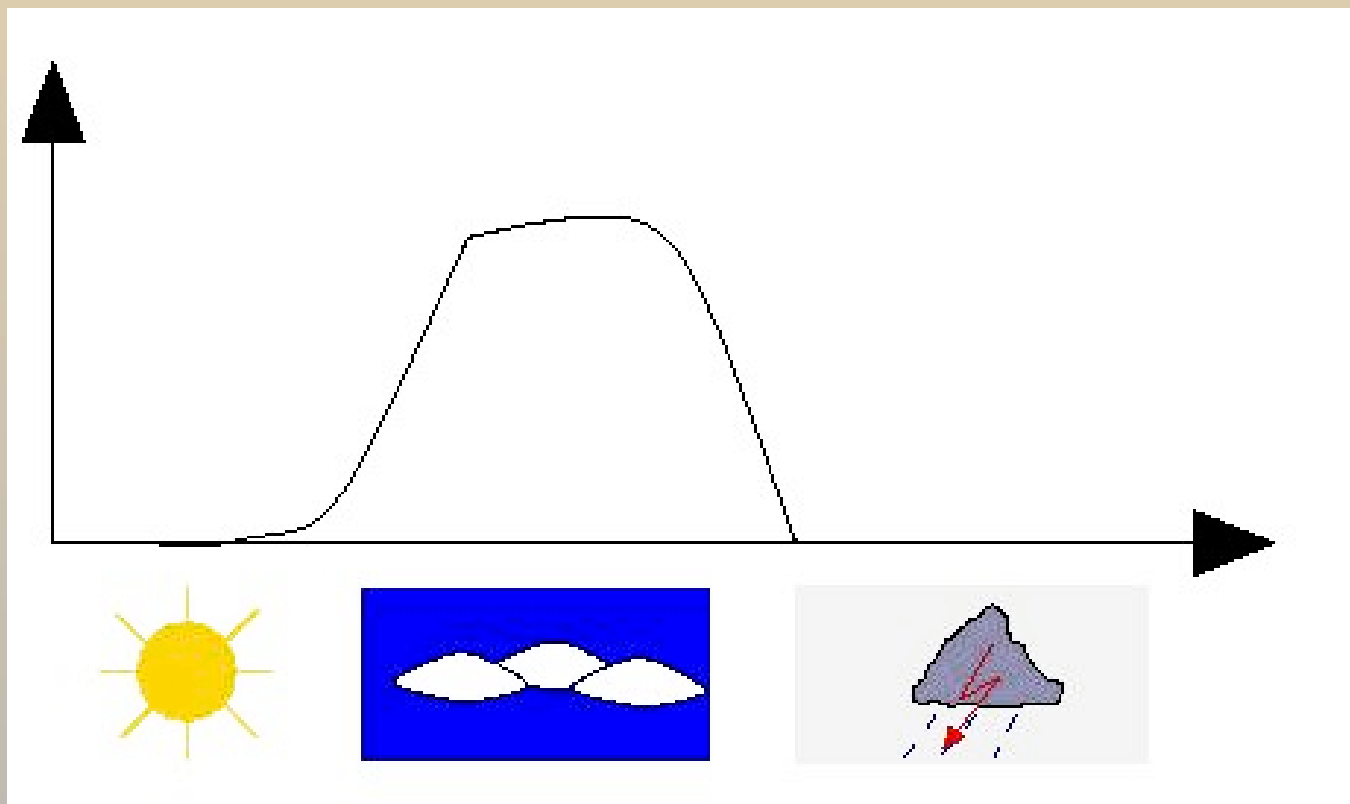


Matematyczny opis informacji (b) (dane)



Matematyczny opis informacji (b)

(prawdopodobieństwo)



Matematyczny opis informacji (b) (dane)



Matematyczny opis informacji (b)

(prawdopodobieństwo)

